الباب الثانى

الكلال (التعب) Fatigue

٢-١ مقدمـة

الكلال هو الإنهيار المفاجئ (Sudden Failure) للعناصر الإنشائية المعرضة لأحمال متكررة (Repeated Loads) أثناء التشغيل بعد عديد من دورات التحميل (Cycles).

وموضوع الكلال ذو أهمية قصوى فى المجال الهندسى إذ يلزم للمنشآت الهندسية أن توفى الإشتراطات الثلاثة الآتية :

١- تؤدى عملها المطلوب	Function
٢- تؤدى عملها بتكاليف معتدلة	Cost
٣- أن يكون لها مدة تشغيل مناسبة	Service Life

وغالبا فإن الذى يراعى عند التصميم هما الشرطين الأولين أما الشرط الثالث وهو مدة التشغيل المناسبة فيراعى بطرق تقريبية لأن معظم مهندسى التصميم ليسوا على درجة كافية من الدراية بفن التشغيل مع الزمن. ويعتبر التحميل المتكرر ذو أهمية كبيرة فى المجالات الهندسية إذ قد تتحمل المادة إجهاداً معيناً إذا كان التحميل إستاتيكياً ، بينما تنهار المادة بتأثير نفس الحمل إذا كان تكرارياً. كذلك فإن الإجهاد الأقصى المتكرر الذى تتحمله المادة دون حدوث الإنهيار هو أقل من الإجهاد الأقصى فى حالة التحميل الإستاتيكى لمرة واحدة. وفى حالة الأحمال المتكررة تتوقف خواص مقاومة المادة على مقدار الإجهادات المتكررة ونوعها وعلى عدد مرات تكرارها. والإجهادات المتكررة تؤدى إلى نتائج خطيرة فى المواد المعرضة لها. وتمثل الكسور بسبب الإجهادات المتكررة حوالى ٩٠% من أسباب الإنهيار فى أجزاء الآلات. وهذا النوع من الإجهادات يسبب الإنهيار على الرغم من أنه أقل من إجهاد حد المرونة. كذلك فإنه لايحدث فى المادة قبل إنهيارها نفس الظواهر العادية التى تحدث فى حالة التحميل الإستاتيكى مثل الخضوع أو التشكل اللدن ويكون الكسر من النوع القصف بينما المادة أصلاً مادة معدنية مطيلة ولذلك فإن الكسر يقع بصورة فجائية دون إنذار.

٢-٢ الأحمال المتكررة Repeated Loads

الحمل المتكرر هو الحمل الذى يسبب إجهاداً يتكرر عدد من الدورات ويأخذ إحدى الصور الموضحة فى شكل (٢-١) وهى:

١- دورة معكوسة كلياً

وفيها يتغير الإجهاد من قيمة قصوى فى الشد إلى قيمة قصوى فى الضغط.

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \sigma_r$$

$$\sigma_m = 0.0$$

٢- دورة نابضة بين σ_{max} ، صفر

وفيها يتغير الإجهاد من قيمة قصوى فى الشد أو الضغط إلى الصفر.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max}}{2}, \qquad \sigma_{min} = 0.0$$

$$\sigma_r = \sigma_m$$

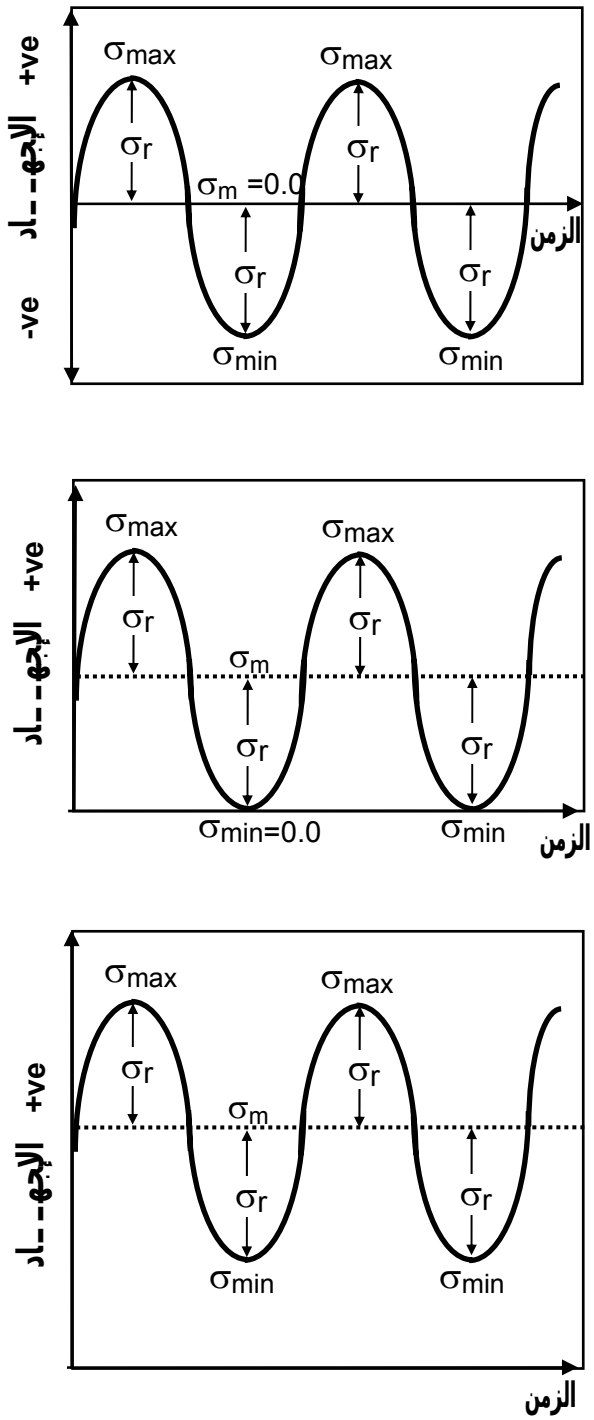
٣- دورة نابضة بين قيمتين σ_{max} ، σ_{min}

وفيها يتغير الإجهاد من قيمة قصوى فى الشد أو فى الضغط إلى قيمة أقل ولكنها أعلى من الصفر.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_r = \sigma_{max} - \sigma_m = \sigma_m - \sigma_{min}$$

إذن فالإجهاد المتكرر عبارة عن إجهاد ثابت "σ_m" مضاف اليه إجهاد متغير "σ_r".



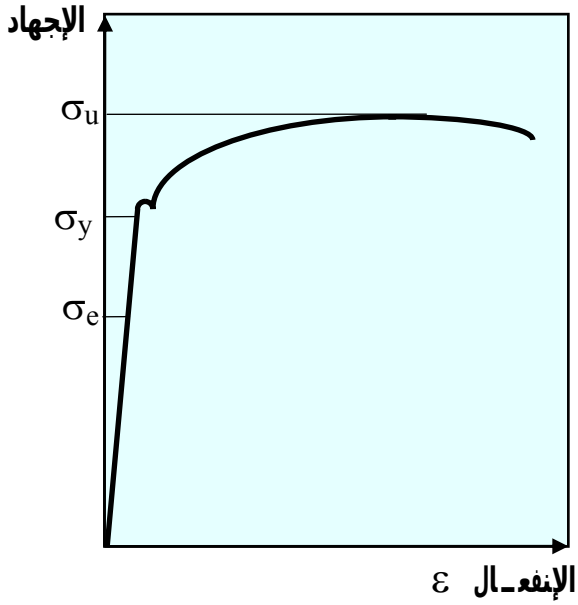
شكل (٢-١) دورات التحميل المختلفة.

٢-٣ إجهاد حد الإحتمال Endurance limit stress

إجهاد حد الإحتمال أو حد الصمود "σ_e" هو أقصى إجهاد ذو مدى محدود ومعكوس كلياً يؤثر على المعدن بحيث يمكن أن يحدث معه عدد لانهائى من دورات التحميل بأحمال متكررة دون حدوث الإنهيار ويحدد معملياً.

وينبغى هنا أن نفرق بين خواص المعدن الداخلية (المقاومة) وبين الإجهادات الناشئة عن الأحمال الخارجية. فالخواص الميكانيكية للمعدن "الخواص الداخلية" هى σ_e ' σ_y ' σ_u كما فى شكل (٢-٢) وهى التى تقسم على عامل الأمان. أما σ_r ' σ_{min} ' σ_{max} ' σ_m فهى الإجهادات المؤثرة نتيجة الأحمال الخارجية ولاتقسم على عامل الأمان.

ويلاحظ أنه فى حالة التحميل الإستاتيكى فإن إجهاد التصميم هو إجهاد الخضوع σ_y أما فى حالة إذا كانت الدورة معكوسة كليا فإن الإجهاد الأقصى والأدنى هو σ_e أما فى حالة الإجهادات المتكررة والمتراوحة فإننا نحسب قيمة σ_{min} ' σ_{max} من بيانى سميث أو غيره بحيث لا تزيد أى منهما عن σ_y.



شكل (٢-٢) منحنى الإجهاد والإنفعال للحديد .

٢-٤ تعيين إجهاد حد الإحتمال معملياً Endurance Limit Stress

حد الإحتمال هو أقصى إجهاد ذو مدى محدود ومعكوس كلياً يؤثر على المعدن بحيث يمكن أن يحدث معه عدد لانهائى من دورات التحميل بأحمال متكررة دون حدوث الإنهيار ويمكن تحديده معملياً بطريقتين:

أولاً: إختبار منحنى الإجهاد وعدد الدورات S-N diagram

ويجرى هذا الإختبار على عدد من العينات المتشابهة والتى يناسب شكلها مكنة الإختبار ويتم كالآتى:

١- تعرض العينة الأولى لإجهاد متكرر كبير وتعين عدد الدورات التى تكسرها.

٢- تعرض العينة الثانية لإجهاد متكرر أقل من إجهاد العينة الأولى ويعين عدد الدورات التى تكسرها والذى يكون أكبر من العدد الذى كسر العينه الأولى.

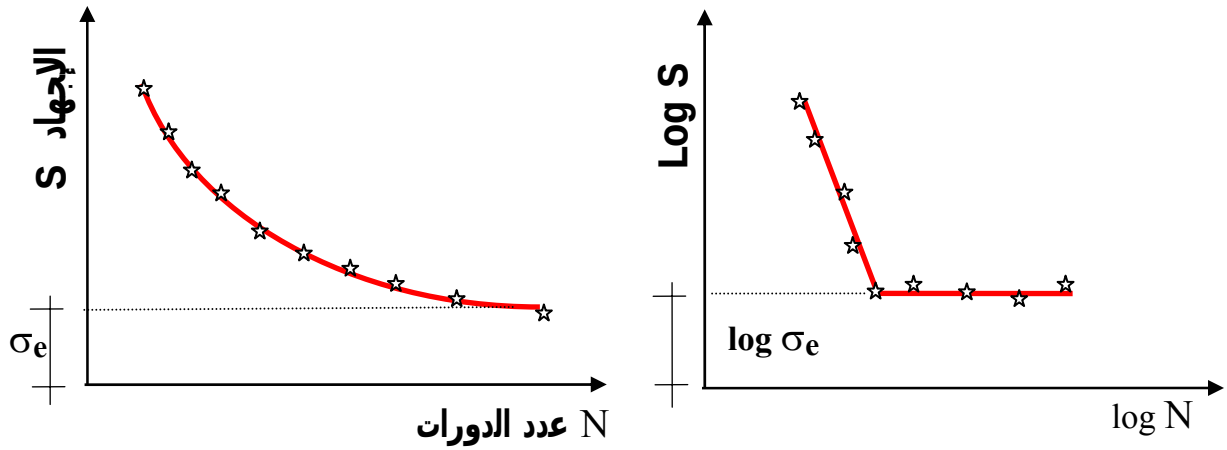
٣- يُكرر نفس العمل مع باقى العينات الأخرى وفى كل مرة يقلل قيمة الإجهاد المتكرر وتُعين عدد الدورات اللازمة لكسر العينة.

٤- تُرسم العلاقة بين الإجهاد S وعدد الدورات N كما بشكل (٢-٣) ويعين حد الإحتمال.

من عيوب هذا الإختبار:

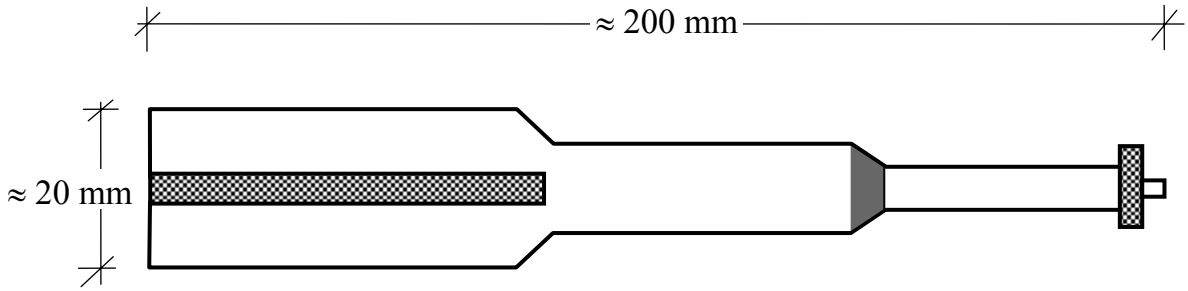
أ - يحتاج إلى عدد كبير من العينات.

ب- كل عينة تحتاج إلى وقت كبير لإحداث الإنهيار بها مما قد يجعل هذا الإختبار يستغرق عدة شهور.



شكل (٢-٣) منحنى الإجهاد وعدد الدورات.

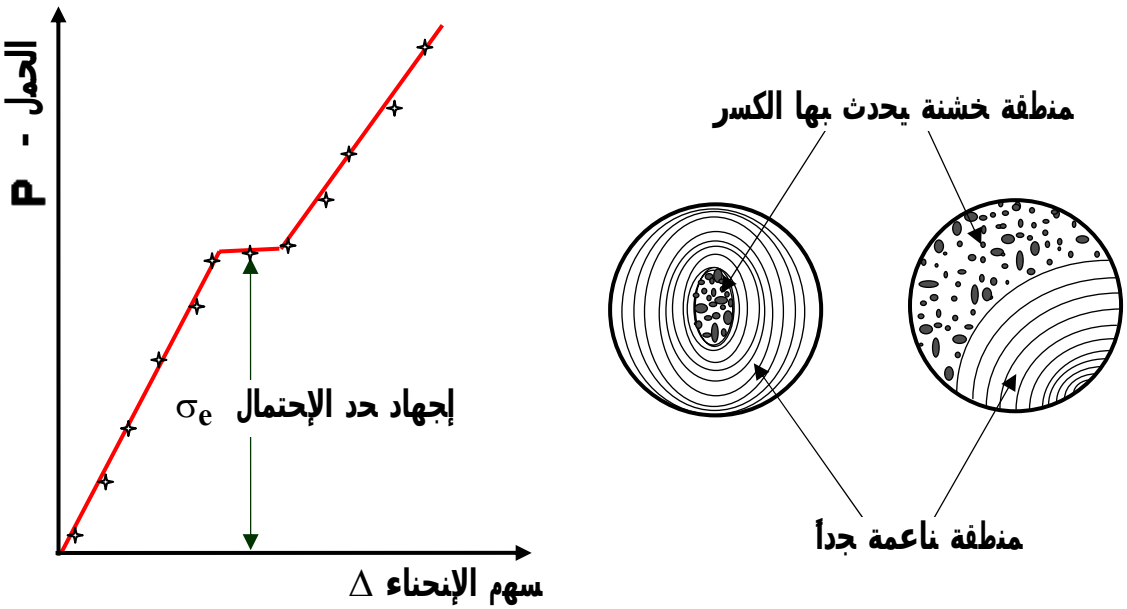
ثانياً: إختبار منحنى الحمل وسهم الإنحناء P- Δ diagram



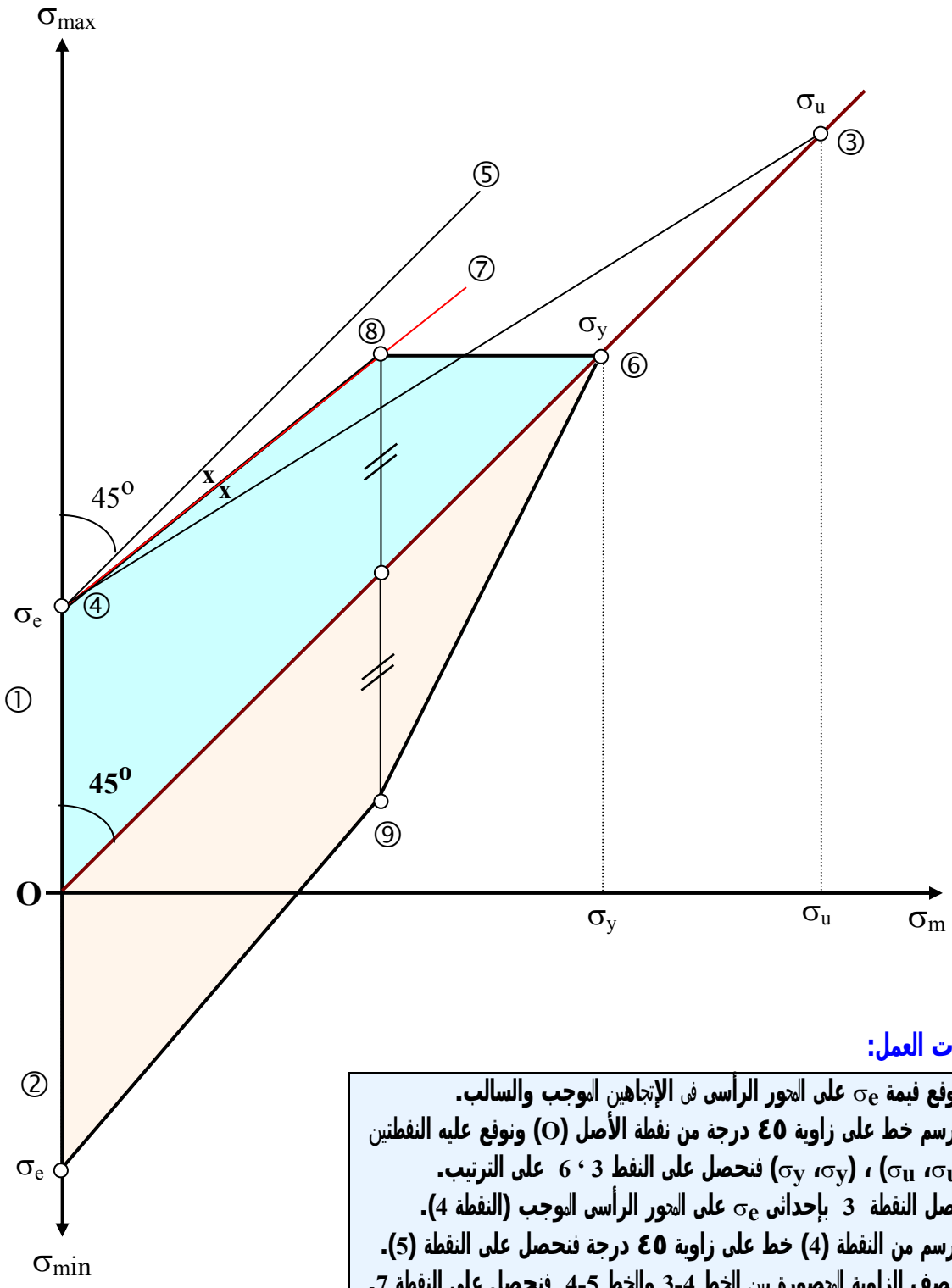
شكل (٢-٤) عينة إختبار كلال الإنحناء.

نظراً لأن تعيين إجهاد حد الإحتمال بطريقة S-N يستغرق وقتاً طويلاً وعدد كبير من العينات فيمكن الإستعاضة عنه بإختبار منحنى الحمل وسهم الإنحناء كما يلى:

- يتم تثبيت العينة شكل (٢-٤) على هيئة كابولى بماكينة الإختبار عن طريق تجويف موجود بالعينة عند هذه النهاية وتحمل العينة عند الطرف الحر بحمل يسبب إجهاد إنحناء صغير بها وبعد التحميل تدار العينة بسرعة معينة ثابتة وتؤخذ قراءة سهم الإنحناء عند الطرف الحر.
- يزداد الحمل ويسجل سهم الانحناء المناظر.
- تتكرر هذه العملية حتى الكسر.
- يُرسم منحنى الحمل وسهم الإنحناء كما بشكل (٢-٥) والذى منه يمكن تحديد حد الإحتمال.



شكل (٢-٥) منحنى الحمل وسهم الإنحناء.



خطوات العمل:

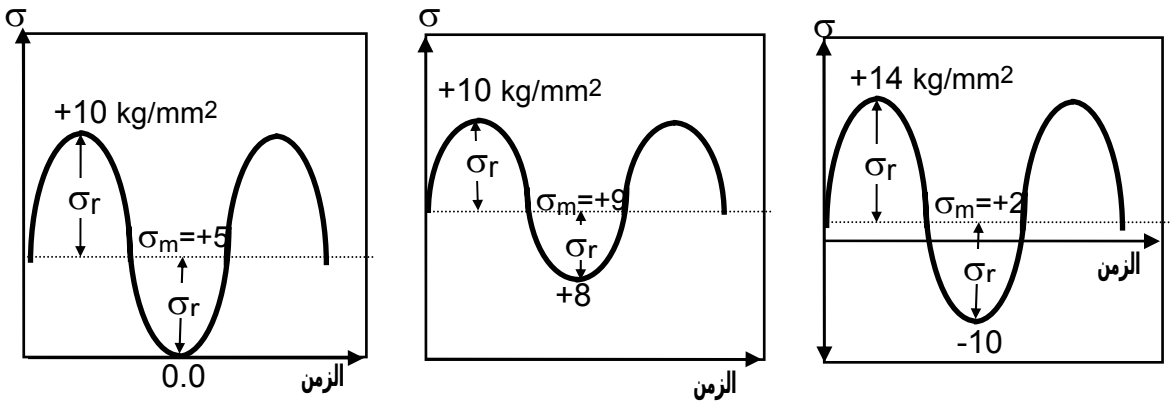
١- نوقع قيمة σ_e على المحور الرأسى فى الإتجاهين الموجب والسالب.
٢- نرسم خط على زاوية ٤٥ درجة من نقطة الأصل (O) ونوقع عليه النقطتين (σ_u، σ_u) ، (σ_y، σ_y) فنحصل على النقط 3 ، 6 على الترتيب.
٣- نصل النقطة 3 بإحداثى σ_e على المحور الرأسى الموجب (النقطة 4).
٤- نرسم من النقطة (4) خط على زاوية ٤٥ درجة فنحصل على النقطة (5).
٥- ننصف الزاوية المحصورة بين الخط 3-4 والخط 4-5 فنحصل على النقطة 7.
٦- نرسم من النقطة 6 خط أفقى فيقطع الخط 4-7 فى نقطة 8.
٧- نرسم خط رأسى من النقطة 8 حتى الخط O-6-3 ونأخذ مسافة مساوية لهذا الخط إلى أسفل فنحصل على النقطة (9).
٨- فيكون المضلع 6-8-4-O-(-σ_e)-9-6 مثلاً لبيانى سميث.

شكل (٢-٦) منحنى مقاومة الكلال (بيانى سميث).

٢-٥ بيانى سميث Smith Diagram

بيانى سميث كما فى شكل (٢-٦) يوضح العلاقة بين الإجهاد الأقصى (σ_{max}) والإجهاد الأدنى (σ_{min}) وبين الإجهاد المتوسط (σ_m) لأى دورة من دورات التحميل المتكرر ويطلق عليه ايضاً منحنى مقاومة الكلال. الإحداثى الرأسى يمثل قيمتى σ_{max} ' σ_{min} أما الإحداثى الأفقى فيمثل قيمة الإجهاد المتوسط (σ_m). ولابد أن يكون مقياس الرسم الأفقى هو نفس المقياس الرأسى. ومن خصائص هذا المنحنى أنه إذا قطعه خط رأسى عند قيمة معينة للإجهاد المتوسط (σ_m) فإن نقطتى التقاطع مع خط بيانى الإجهاد الأقصى وخط بيانى الإجهاد الأدنى تمثلان حدود الإجهادات التى يمكن للمعدن تحملها دون تواجد خطر الإنهيار بالكلال. أما إذا خرجت قيمة الإجهاد الأقصى والأدنى لأى دورة عن هذا المنحنى فإن دورة هذا التحميل تكون غير آمنة وقد تسبب الإنهيار بالكلال. ويلاحظ أن الجزء من منحنى مقاومة الكلال الواقع بعد حد المرونة (σ_y) لا قيمة له من الناحية العملية حيث لا يسمح بأى إجهاد أن تزيد قيمته عن إجهاد الخضوع. ويمكن رسم منحنى سميث لمقاومة الكلال مع مراعاة الأمان المناسب لإستخدامه فى التصميم وذلك بإستخدام قيم الخواص الميكانيكية للشد والكلال مقسومه على عامل الأمان المناظر.

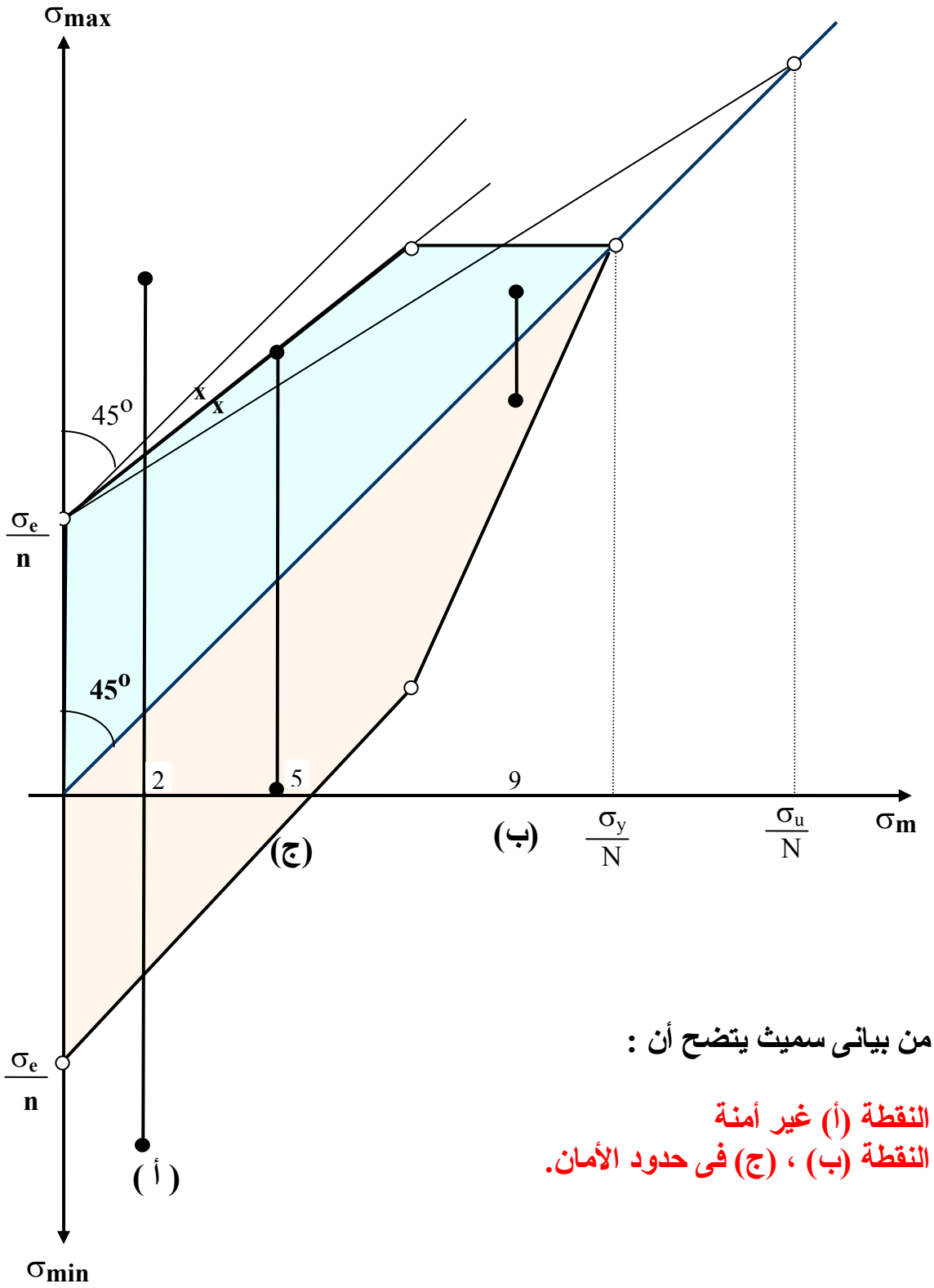
مثال : أجرى تحليلا تجريبى للإجهادات بجزء من كوبرى معدنى معرض لحمل متكرر وكان الإجهاد الأقصى والأدنى لمواضع مختلفة طبقاً لدورات التحميل الآتية:



النقطة (أ) النقطة (ب) النقطة (ج)

فإذا كانت مقاومة الشد لمعدن الكوبرى = ٤٠ كج/مم٢ وإجهاد الخضوع = ٢٤ كج/مم٢ وحد الإحتمال = ١٨ كج/مم٢ - عامل الأمان للشد والخضوع= ٢ وعامل الأمان لحد الإحتمال= ٣. بين ما إذا كانت الإجهادات فى الموضع أ ، ب ، ج فى حدود الأمان بالنسبة للإنهيار بالكلال.

الحـــــل



من بيانى سميث يتضح أن :

النقطة (أ) غير أمنة
النقطة (ب) ، (ج) فى حدود الأمان.

٢-٦ المعادلات الوضعية لتحديد الإجهاد الأقصى والأدنى

يعين حد الإحتمال للمعدن σ_e على أساس الإختبار بإستخدام دورة إجهاد معكوسة كلياً ولذلك يعتبر حد الإحتمال هو الإجهاد الأقصى والأدنى المسموح به.

أما إذا كانت دورة الإجهاد غير معكوسة كلياً أى أن هناك قيمة للإجهاد المتوسط σ_m فإن حد الإحتمال لا يعبر عن الإجهاد الأقصى والأدنى ويلزم لذلك تحديد قيم الإجهادات القصوى والدنيا المسموح بها حتى لا يتم الإنهيار بالكلال. وقد وضعت لذلك عدة قواعد أو معادلات تربط بين الخواص الداخلية للمعدن والأحمال المتكررة المؤثرة على المنشأ.

إذن فهذه المعادلات تقوم بحساب الإجهاد الأقصى والأدنى المسموح به لتفادى الإنهيار بالكلال وذلك بدلالة الإجهاد المتوسط σ_m أى الإجهاد الثابت والخواص الداخلية للمعدن مثل σ_u ' σ_e ويتم هذا فى حالة دورات الإجهاد الغير معكوسة كليا " $\sigma_m \neq 0.0$". وبصفة عامة فإنه ينبغى أن لاتزيد أكبر قيمة للإجهاد يتعرض لها المعدن عن قيمة σ_y.

أما فى حالة الدورات المعكوسة كليا "$\sigma_m = 0.0$" فإن أكبر قيمة للإجهاد σ_{max} ' σ_{min} ينبغى أن لا تزيد عن قيمة σ_e.

وتأخذ هذه المعادلات الشكل الآتى:

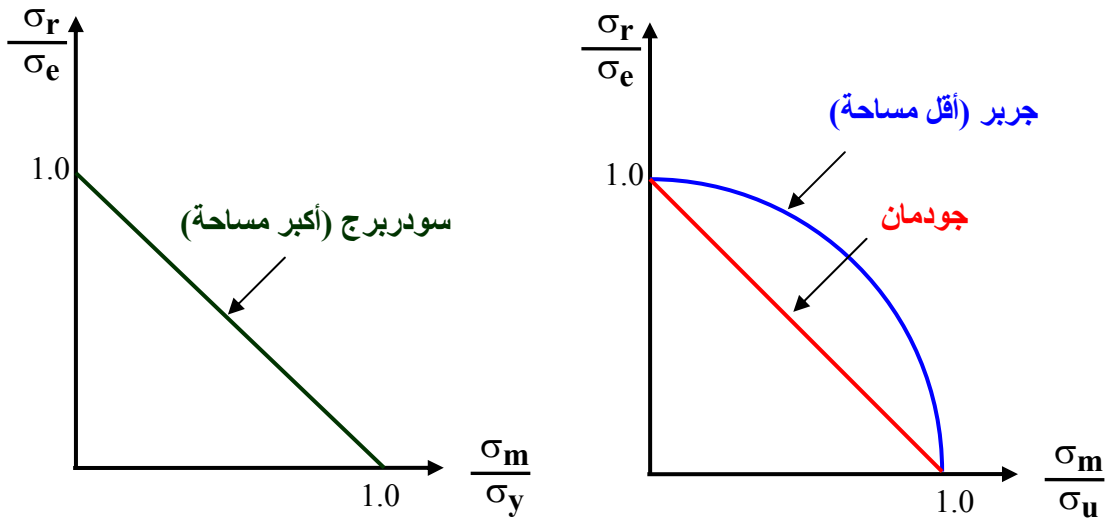
١ـ معادلة جربر $y=1-x^2$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_e} = 1 - (\frac{\sigma_m}{\sigma_u})^2$
٢ـ معادلة جودمان $y=1-x$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_e} = 1 - \frac{\lvert\sigma_m\rvert}{\sigma_u}$
٣ـ معادلة سودربرج $y=1-kx$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_e} = 1 - \frac{\lvert\sigma_m\rvert}{\sigma_y}$

فى حالة إعتبار عامل أمان فإن الذى يُقسم على عامل الأمان هو الخواص الخاصة بالمعدن σ_u ' σ_y ' σ_e وتصبح المعادلات كما يلى:

جربر	جودمان	سودربرج
$\frac{\sigma_r}{\sigma_e / n} = 1 - (\frac{\sigma_m}{\sigma_u / N})^2$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_e / n} = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_u / N}$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_e / n} = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y / N}$

فإذا علم الإجهاد المتوسط أو الإجهاد الثابت σ_m فإن الإجهاد الأقصى والأدنى المسموح به لتفادى الإنهيار بالكلال يحسب بدلالة σ_r التى تعين من المعادلات السابقة كما يلى :

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_r \qquad \sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_r$$

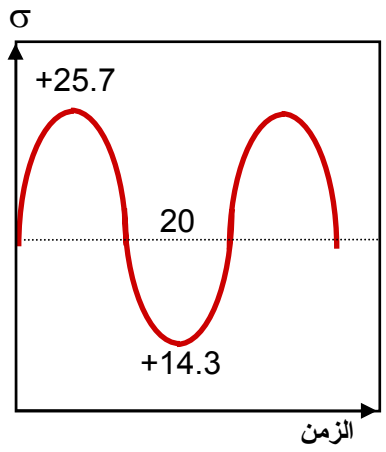


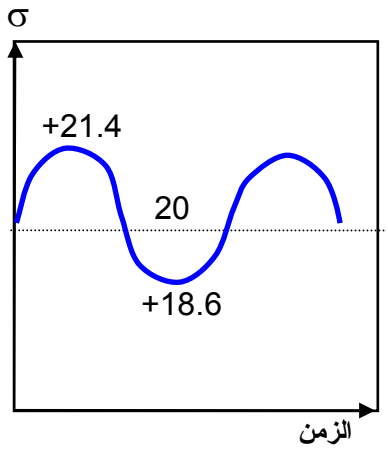
شكل (٢-٧) معادلات جربر وجودمان وسودربرج ممثلة بيانياً .

مثال: عينة من الحديد تتعرض لإجهاد شد متوسط = ٢٠ كج/مم٢ ماهى قيمة الإجهاد العكسى المتكرر الذى يمكن إضافته بإستعمال قانونى جودمان و سودربرج ثم إرسم دورة الإجهاد والزمن لهذه العينة علما بأن الخواص الميكانيكية هى: مقاومة الشد = ٦٢ كج/مم٢ وإجهاد الخضوع= ٤٢ كج/مم٢ وحد الإحتمال= ٢٨ كج/مم٢ وعامل الأمان=١,٩.

الحـــــــــل

جودمان	سودربرج
$\frac{\sigma_r}{\sigma_e / n} = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_u / n}$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_e / n} = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y / n}$
$\sigma_r = \frac{\sigma_e}{n}\left[1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_u / n}\right]$	$\sigma_r = \frac{\sigma_e}{n}\left[1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y / n}\right]$
$\sigma_r = \frac{28}{1.9}\left[1 - \frac{20}{62/1.9}\right] = 5.7 \ kg/mm^2$	$\sigma_r = \frac{28}{1.9}\left[1 - \frac{20}{42/1.9}\right] = 1.4 \ kg/mm^2$
$\therefore \ \sigma_{max} = 20 + 5.7 = 25.7 \ kg/mm^2$	$\therefore \ \sigma_{max} = 20 + 1.4 = 21.4 \ kg/mm^2$
$\sigma_{min} = 20 - 5.7 = 14.3 \ kg/mm^2$	$\sigma_{min} = 20 - 1.4 = 18.6 \ kg/mm^2$





مثال: ذراع توصيل ذو مقطع دائرى معرض إلى حمل محورى متكرر والمطلوب هو تعيين المقطع المستعرض بإستخدام قاعدة سودربرج فى الحالات الآتية:

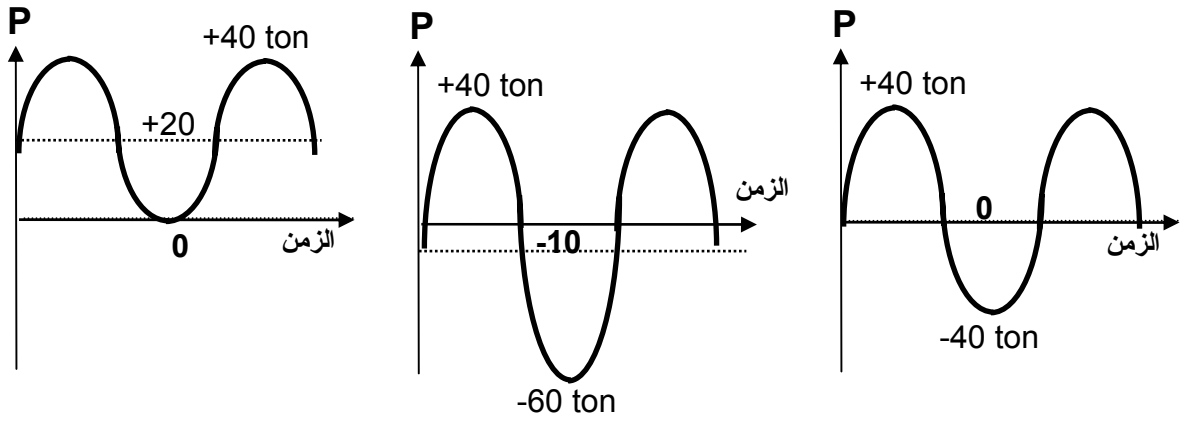
أ - الحمل يتغير من شد بقيمة ٤٠ طن إلى ضغط بقيمة ٤٠ طن.

ب- ،، ،، ،، ،، ،، ٤٠ طن إلى ضغط بقيمة ٦٠ طن.

ج- ،، ،، ،، ،، ،، ٤٠ طن إلى حمل مقداره صفراً.

إذا عُلم أن إجهاد الخضوع لمعدن الذراع = ٤٠ كج/مم٢ وحد الإحتمال = ٢٨ كج/مم٢ وعامل الأمان للخضوع والإحتمال = ٤.

الحـــــل



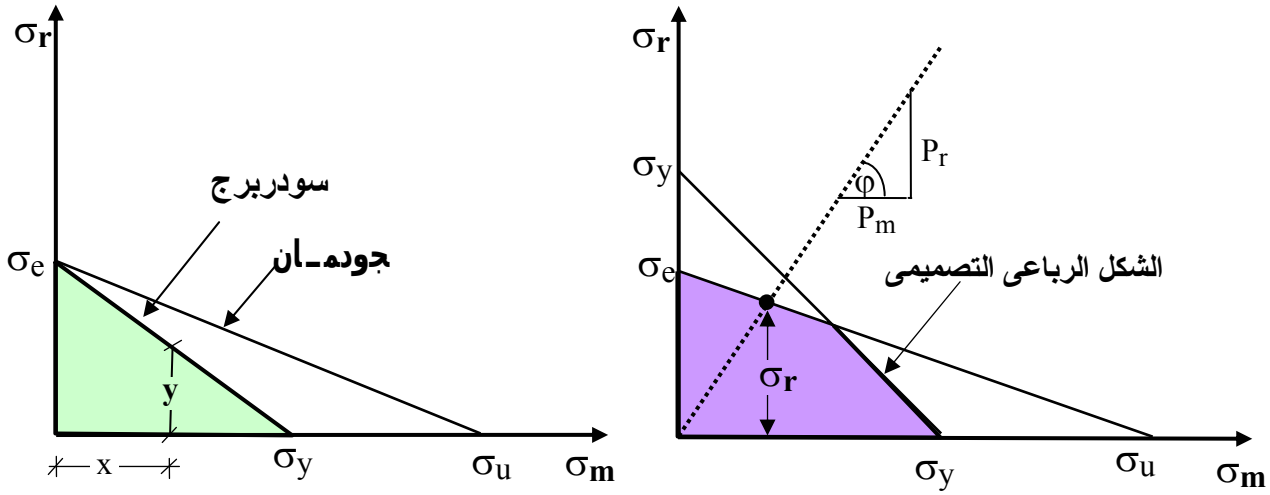
(أ)	(ب)	(ج)
الدورة معكوسة كلياً إذن حد الإحتمال هو الذى يؤخذ فى الإعتبار فى التصميم.	$P_m = \frac{40-60}{2} = -10 \text{ ton}$	$P_m = \frac{40-0}{2} = 20 \text{ ton}$
$\therefore A = \frac{P}{\sigma_e / n} = \frac{40(10)^3}{28/4}$	$P_r = 40 + 10 = 50 \text{ ton}$	$P_r = 40 - 20 = 20 \text{ ton}$
$A \cong 5714 \text{ mm}^2$	$\therefore \sigma_m = \frac{P_m}{A}, \quad \sigma_r = \frac{P_r}{A}$	$\therefore \sigma_m = \frac{20(10)^3}{A}, \quad \sigma_r = \frac{20(10)^3}{A}$
$d = 85.3 \text{ mm}$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_e / n} = 1 - \frac{\lvert\sigma_m\rvert}{\sigma_y / n}$	$\frac{\sigma_r}{\sigma_e / n} = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_y / n}$
	$\therefore \frac{50(10)^3}{7A} = 1 - \frac{10(10)^3}{10A}$	$\frac{20(10)^3}{7A} = 1 - \frac{20(10)^3}{10A}$
	$\therefore A = 8143 \text{ mm}^2$	$\therefore A = 4857 \text{ mm}^2$
	$d = 101.8 \text{ mm}$	$d = 78.6 \text{ mm}$

٢-٧ المثلث التصميمى للكلال

يمكن رسم أحد بيانيات التصميم للكلال وهى مثلث سودربرج أو مثلث جودمان أو الشكل الرباعى التصميمى كما فى شكل (٢-٨) وتستخدم هذه المنحنيات فى الحالات الآتية:

١- حساب الإجهاد الأقصى والأدنى إذا عُلم الإجهاد الثابت (σ_m).

٢- عمل تحقيق Check على مدى أمان الإجهادات المؤثرة فعلاً أثناء التشغيل والمعينة تجريبياً وذلك بدلالة σ_{max} ، σ_{min} اللذين نحسب منهما σ_r ، σ_m ثم نعين كل نقطة فإذا خرجت النقطة الموقعة خارج المثلث يكون الإجهاد غير آمن أما إذا كانت داخل المثلث فيكون الإجهاد فى هذا الموقع فى حدود الامان. ويلاحظ أن يكون مقياس الرسم الأفقى هو نفس المقياس الرأسى.



شكل (٢-٨) المثلث التصميمى للكلال.

ملاحظات :

١- فى حالة إعطاء الحمل المتوسط والحمل المتغير P_m ، P_r فإن $\frac{\sigma_r}{\sigma_m}=\frac{P_r}{P_m}$ إذن نرسم الخط الذى ميله $=\frac{P_r}{P_m}$ فيقطع الشكل فى نقطة نحدد منها قيمة σ_r ، σ_m وبالتالى نحدد σ_{max} ، σ_{min} ويمكن حساب مساحة المقطع A :

$$A=\frac{P_r}{\sigma_r}=\frac{P_m}{\sigma_m}=\frac{P_{min}}{\sigma_{min}}=\frac{P_{max}}{\sigma_{max}}$$

٢ - فى حالة التحميل الإستاتيكى فإن إجهاد التصميم هو إجهاد الخضوع σ_y.

- أما فى حالة إذا كانت الدورة المؤثرة هى دورة معكوسة كلياً فإن الإجهاد الأقصى والأدنى للكلال الذى يتخذ أساساً للتصميم هو حد الإحتمال σ_e $[\sigma_e=\sigma_{max}=\sigma_{min}]$.

- أما فى حالة الإجهادات المتكرر والمتراوحة فإننا نحسب قيمة σ_{max} ، σ_{min} من معادلات جربر أو جودمان أو سودربرج وهما اللذان يتخذان أساساً للتصميم بشرط أن لا تزيد أى كمية منهما عن "σ_y".

تم بحمد الله