مبادئ حساب المثلثات

المرحلة الجامعية – جميع السنوات

يطلب عبر الإنترنت مجاناً

Mohammed_nh@yahoo.com

جدول الزوايا التالية بالتقدير الستيني:

	0 أو 360	30	45	60	90	180	270	
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	جا
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	جتا
Tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	ظا

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\tan(-\theta) = \tan\theta$
$\sin(90-\theta) = \cos\theta$	$\cos(90-\theta) = \sin\theta$	$\tan(90-\theta) = \cot\theta$
$\sin(90+\theta) = \cos\theta$	$\cos(90+\theta) = -\sin\theta$	$\tan(90+\theta) = -\tan\theta$
$\sin(180-\theta) = \sin\theta$	$\cos(180-\theta) = -\cos\theta$	$\tan(180-\theta) = -\tan\theta$
$\sin(180+\theta) = -\sin\theta$	$\cos(180+\theta) = -\cos\theta$	$\tan(180+\theta) = -\tan\theta$
$\sin(360-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(360-\theta) = \cos\theta$	$\tan(360-\theta) = -\tan\theta$

والجدول السابق صحيح لمقلوبات الدوال المثلثية أيضاً.

جا sin = (مقابل÷وتر) و جتا cos = (مجاور÷وتر) و ظا tan = (مقابل÷مجاور)

جدول المتطابقات المثلثية والتي تساوي الواحد الصحيح:

$\sin\theta \operatorname{cosec}\theta = 1$	$\cos\theta \sec\theta = 1$	$\tan\theta \cot\theta = 1$
$\cosh^2\theta - \sinh^2\theta = 1$	$\sin^2\theta+\cos^2\theta = 1$	$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$
$2\cosh^2\theta - \cosh[2\theta] = 1$	$\cosh[2\theta] - 2\sinh^2\theta = 1$	$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

قوانين مجموع زاويتين تحت تأثير دالة ما:

$$\sin(a \pm b) = \sin(a)\cdot\cos(b) \pm \cos(a)\cdot\sin(b)$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a)\cdot\cos(b) \mp \sin(a)\cdot\sin(b)$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \mp \tan(a)\cdot\tan(b)} \quad , \cot(a \pm b) = \frac{\cot(a)\cdot\cot(b) \mp 1}{\cot(a) \pm \cot(b)}$$

$$\sinh(a \pm b) = \sinh(a)\cdot\sinh(b) \pm \cosh(a)\cdot\cosh(b)$$

$$\cosh(a \pm b) = \cosh(a)\cdot\cosh(b) \pm \sinh(a)\cdot\sinh(b)$$

قوانين ضعف الزاوية:

$$\cos(2\theta) = \begin{cases} \cos^2\theta - \sin^2\theta \\ 2\cdot\cos^2\theta - 1 \\ 1 - 2\cdot\sin^2\theta \end{cases} \quad , \tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$$\sinh(2\theta) = 2\cdot\sinh\theta\cdot\cosh\theta \quad , \cosh(2\theta) = \cosh^2\theta + \sinh^2\theta$$

$$\sin(2\theta) = 2\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta$$

قوانين ضعف حاصل ضرب دالتين:

$$2\cdot\sin(a)\cdot\cos(b) = \sin(a+b) + \sin(a-b)$$

$$2\cdot\cos(a)\cdot\sin(b) = \sin(a+b) - \sin(a-b)$$

$$2\cdot\sinh(a)\cdot\cosh(b) = \sinh(a-b) + \sinh(a+b)$$

$$2\cdot\cos(a)\cdot\cos(b) = \cos(a-b) + \cos(a+b)$$

$$2 \cdot \cosh(a) \cdot \cosh(b) = \cosh(a-b) + \cosh(a+b)$$
$$2 \cdot \sinh(a) \cdot \sinh(b) = \cosh(a+b) - \cosh(a-b)$$
$$2 \cdot \sin(a) \cdot \sin(b) = \cos(a-b) - \cos(a+b)$$

تعريفات الدوال المثلثية عن طريق الدالة الأسية e:

$\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

$\sin x = \dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2}$, $\cos x = \dfrac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$

if $z = \tan\dfrac{x}{2}$ → $\sin(x) = \dfrac{2z}{1+z^2}$ → $\cos(x) = \dfrac{1-z^2}{1+z^2}$

قـــاعدة الجيـــب: $\dfrac{a'}{\sin a} = \dfrac{b'}{\sin b} = \dfrac{c'}{\sin c}$ ويستخدم هذا القانون في حل المثلث – أي إيجاد قياس زوايا المثلث الثلاث و أطوال أضلاعه الثلاث.

قـــاعدة جيب التمام $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\theta)$ وبالمثل لباقي الأضلاع – يستخدم في حل المثلث.

تعريف **الزاوية النصف قطرية**: هي الزاوية التي تحصر قوساً من دائرة طوله يساوي نصف قطر الدائرة.

تعـــريف **الزاوية بالتقدير الدائري**: هـــي النسبة بين طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية إلى نصف قطر الدائرة.

نظـــام **درجات الانحدار**: يستخدم في هذا النظام درجة ميل الخط المستقيم كوحدة لقياس الزاوية وفي هذا النظام تقسم المنقلة إلى 200 جزء وتقسم الدائرة إلى 400 جزء متساوٍ.

قوانين التحويل بين أنظمة قياس الزاوية

تعريفات الحروف المستخدمة في القوانين:

- D هي الزاوية بالقياس الستيني.
- R هي الزاوية بالقياس الدائري.
- U هي الزاوية بدرجات الانحدار.

✓ من انحدار إلى ستيني $$D = \frac{U \times 9}{100}$$

✓ من انحدار إلى دائري $$R = \frac{U \times \pi}{180}$$

✓ من ستيني إلى انحدار $$U = \frac{D \times 100}{9}$$

✓ من دائري إلى انحدار $$U = \frac{R \times 200}{\pi}$$

وإليك قانون للتحويل بين أيٍ من التقديرين إما الستيني أو الدائري $$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

Mohammed_nh@yahoo.com

المشتقات الأولى للدوال الأساسية

المرحلة الجامعية – جميع السنوات

يطلب عبر الإنترنت مجاناً

Mohammed_nh@yahoo.com

الدالة	تفاضلها
$\frac{d}{dx}\, x^{n} = n \cdot x^{n-1}$	
$\frac{d}{dx}\, a^{x} = a^{x} \cdot \ln[a]$	
$\frac{d}{dx}\, e^{x} = e^{x}$	
$\frac{d}{dx}\, \ln[x] = \frac{1}{x}$	
$\frac{d}{dx}\, \log_{a}[x] = \frac{1}{x \cdot \ln[a]}$	
$\frac{d}{dx}\, \sin[x] = \cos[x]$	
$\frac{d}{dx}\, \cos[x] = -\sin[x]$	

الدالة	تفاضلها
$\frac{d}{dx}\tan[x] = \sec^2[x]$	
$\frac{d}{dx}\cot[x] = -\text{cosec}^2[x]$	
$\frac{d}{dx}\sec[x] = \sec[x]\cdot\tan[x]$	
$\frac{d}{dx}\text{cosec}[x] = -\text{cosec}[x]\cdot\cot[x]$	
$\frac{d}{dx}\sinh[x] = \cosh[x]$	
$\frac{d}{dx}\cosh[x] = \sinh[x]$	
$\frac{d}{dx}\tanh[x] = \text{sech}^2[x]$	
$\frac{d}{dx}\coth[x] = -\text{cosech}^2[x]$	
$\frac{d}{dx}\text{sech}[x] = -\text{sech}[x]\cdot\tanh[x]$	
$\frac{d}{dx}\text{cosech}[x] = -\text{cosech}[x]\cdot\coth[x]$	

Mohammed_nh@yahoo.com

الدالة	تفاضلها
$\frac{d}{dx}\sin^{-1}[x] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	
$\frac{d}{dx}\cos^{-1}[x] = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	
$\frac{d}{dx}\tan^{-1}[x] = \frac{1}{1+x^2}$	
$\frac{d}{dx}\cot^{-1}[x] = \frac{-1}{1+x^2}$	
$\frac{d}{dx}\sec^{-1}[x] = \frac{1}{x\cdot\sqrt{x^2-1}}$	
$\frac{d}{dx}\operatorname{cosec}^{-1}[x] = \frac{-1}{x\cdot\sqrt{x^2-1}}$	
$\frac{d}{dx}\sinh^{-1}[x] = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	
$\frac{d}{dx}\cosh^{-1}[x] = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	
$\frac{d}{dx}\tanh^{-1}[x] = \frac{1}{1-x^2}$	

الدالة	تفاضلها
$\frac{d}{dx}\coth^{-1}[x] = \frac{1}{1-x^2}$	
$\frac{d}{dx}\operatorname{sech}^{-1}[x] = \frac{-1}{x\cdot\sqrt{1-x^2}}$	
$\frac{d}{dx}\operatorname{cosech}^{-1}[x] = \frac{-1}{x\cdot\sqrt{1+x^2}}$	
$\frac{d}{dx}f^{n}[x] = n\cdot f^{n-1}[x]\cdot f'[x]$	
$\frac{d}{dx}a^{f[x]} = a^{f[x]}\cdot\ln[a]\cdot f'[x]$	
$\frac{d}{dx}e^{f[x]} = e^{f[x]}\cdot f'[x]$	
$\frac{d}{dx}\ln\left(f[x]\right) = \frac{f'[x]}{f[x]}$	
$\frac{d}{dx}\log_a\left(f[x]\right) = \frac{f'[x]}{f[x]\cdot\ln[a]}$	
$\frac{d}{dx}\sin\left(f[x]\right) = \cos\left(f[x]\right)\cdot f'[x]$	

Mohammed_nh@yahoo.com

الدالة	تفاضلها
$\frac{d}{dx}\cos\left(f[x]\right)$	$= -f'[x]\cdot\sin\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\tan\left(f[x]\right)$	$= f'[x]\cdot\sec^2\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\cot\left(f[x]\right)$	$= -f'[x]\cdot\mathrm{cosec}^2\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\sec\left(f[x]\right)$	$= f'[x]\cdot\sec\left(f[x]\right)\cdot\tan\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\mathrm{cosec}\left(f[x]\right)$	$= -f'[x]\cdot\mathrm{cosec}\left(f[x]\right)\cdot\cot\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\sinh\left(f[x]\right)$	$= f'[x]\cdot\cosh\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\cosh\left(f[x]\right)$	$= f'[x]\cdot\sinh\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\tanh\left(f[x]\right)$	$= f'[x]\cdot\mathrm{sech}^2\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\coth\left(f[x]\right)$	$= -f'[x]\cdot\mathrm{cosech}^2\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\mathrm{sech}\left(f[x]\right)$	$= -f'[x]\cdot\mathrm{sech}\left(f[x]\right)\cdot\tanh\left(f[x]\right)$

Mohammed_nh@yahoo.com

الدالة	تفاضلها
$\frac{d}{dx}\operatorname{cosech}\left(f[x]\right) =$	$-f'[x]\cdot\operatorname{cosech}\left(f[x]\right)\cdot\coth\left(f[x]\right)$
$\frac{d}{dx}\sin^{-1}\left(f[x]\right) =$	$\frac{f'[x]}{\sqrt{1-f^2[x]}}$
$\frac{d}{dx}\cos^{-1}\left(f[x]\right) =$	$\frac{-f'[x]}{\sqrt{1-f^2[x]}}$
$\frac{d}{dx}\tan^{-1}\left(f[x]\right) =$	$\frac{f'[x]}{1+f^2[x]}$
$\frac{d}{dx}\cot^{-1}\left(f[x]\right) =$	$\frac{-f'[x]}{1+f^2[x]}$
$\frac{d}{dx}\sec^{-1}\left(f[x]\right) =$	$\frac{f'[x]}{f[x]\cdot\sqrt{f^2[x]-1}}$
$\frac{d}{dx}\operatorname{cosec}^{-1}\left(f[x]\right) =$	$\frac{-f'[x]}{f[x]\cdot\sqrt{f^2[x]-1}}$
$\frac{d}{dx}\sinh^{-1}\left(f[x]\right) =$	$\frac{f'[x]}{\sqrt{1+f^2[x]}}$

Mohammed_nh@yahoo.com

الدالة	تفاضلها
$\frac{d}{dx}\cosh^{-1}(f[x]) = \frac{f'[x]}{\sqrt{f^2[x]-1}}$	
$\frac{d}{dx}\tanh^{-1}(f[x]) = \frac{1}{1-f^2[x]}$	
$\frac{d}{dx}\coth^{-1}(f[x]) = \frac{1}{1-f^2[x]}$	
$\frac{d}{dx}\operatorname{sech}^{-1}(f[x]) = \frac{-f'[x]}{f[x]\cdot\sqrt{1-f^2[x]}}$	
$\frac{d}{dx}\operatorname{cosech}^{-1}(f[x]) = \frac{-f'[x]}{f[x]\cdot\sqrt{1+f^2[x]}}$	

جدول التكاملات

المرحلة الجامعية – جميع السنوات

يطلب عبر الإنترنت

Mohammed_nh@yahoo.com

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$		
$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln[x]$		
$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln[a]}$		
$\int e^x \, dx = e^x$		
$\int \sin[x] \, dx = -\cos[x]$		
$\int \cos[x] \, dx = \sin[x]$		
$\int \tan[x] \, dx = \ln[\sec(x)]$		
$\int \cot[x] \, dx = \ln[\sin(x)]$		

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \sec[x]\, dx =$	$\begin{cases} \ln\left[\sec(x)+\tan(x)\right] \\ \ln\left[\tan\left(\left[\frac{\pi}{4}\right]+\left[\frac{x}{2}\right]\right)\right] \\ \frac{1}{2}\ln\left[\frac{1+\sin(x)}{1-\sin(x)}\right] \end{cases}$	
$\int \operatorname{cosec}[x]\, dx =$	$\begin{cases} \ln\left[\operatorname{cosec}(x)-\cot(x)\right] \\ \ln\left[\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right] \\ \frac{1}{2}\ln\left[\frac{1-\cos(x)}{1+\cos(x)}\right] \end{cases}$	
$\int \sinh[x]\, dx =$	$\cosh[x]$	
$\int \cosh[x]\, dx =$	$\sinh[x]$	
$\int \tanh[x]\, dx =$	$\ln\left[\cosh(x)\right]$	
$\int \coth[x]\, dx =$	$\ln\left[\sinh(x)\right]$	

Mohammed_nh@yahoo.com

بشرط أن	ناتج التكامل	التكامل
	$2\cdot\tan^{-1}(e^x)$ $\tan^{-1}[\sin(x)]$	$\int \operatorname{sech}[x]\,dx =$
	$\begin{cases} -2\cdot\tan^{-1}(e^x) \\ \ln\left[\tanh\left[\frac{x}{2}\right]\right] \end{cases}$	$\int \operatorname{cosech}[x]\,dx =$
	$[x\ln(x)]-x$	$\int \ln[x]\,dx =$
	$\begin{cases} \sin^{-1}[x] \\ -\cos^{-1}[x] \end{cases}$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx =$
	$\begin{cases} \tan^{-1}[x] \\ -\cot^{-1}[x] \end{cases}$	$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx =$
	$\begin{cases} \sec^{-1}[x] \\ -\operatorname{cosec}^{-1}[x] \end{cases}$	$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{x^2-1}}\,dx =$
	$\sinh^{-1}[x]$	$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\,dx =$

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$	$\cosh^{-1}[x]$	
$\int \frac{1}{1-x^2}\,dx =$	$\begin{cases} \tanh^{-1}[x] \\ \frac{1}{2}\cdot\ln\left[\frac{1+x}{1-x}\right] \\ \coth^{-1}[x] \end{cases}$	
$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{1-x^2}}\,dx =$	$-\operatorname{sech}^{-1}[x]$	
$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{1+x^2}}\,dx =$	$-\operatorname{cosech}^{-1}[x]$	
$\int \sec[x]\cdot\tan[x]\,dx =$	$\sec[x]$	
$\int \operatorname{cosec}[x]\cdot\cot[x]\,dx =$	$-\operatorname{cosec}[x]$	
$\int \operatorname{sech}[x]\cdot\tanh[x]\,dx =$	$-\operatorname{sech}[x]$	
$\int \operatorname{cosech}[x]\cdot\coth[x]\,dx =$	$-\coth[x]$	
$\int \sin^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\sin^{-1}[x]+\sqrt{1-x^2}$	
$\int \cos^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\cos^{-1}[x]-\sqrt{1-x^2}$	

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \tan^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\tan^{-1}[x]-\frac{1}{2}\cdot\ln\left[1+x^2\right]$	
$\int \cot^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\cot^{-1}[x]+\frac{1}{2}\cdot\ln\left[1+x^2\right]$	
$\int \sec^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\sec^{-1}[x]-\cosh^{-1}[x]$	
$\int \operatorname{cosec}^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\operatorname{cosec}^{-1}[x]+\cosh^{-1}[x]$	
$\int \sinh^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\sinh^{-1}[x]-\sqrt{1+x^2}$	
$\int \cosh^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\cosh^{-1}[x]-\sqrt{1+x^2}$	
$\int \tanh^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\tanh^{-1}[x]+\frac{1}{2}\cdot\ln\left[1-x^2\right]$	
$\int \coth[x]\,dx =$	$\ln\left[\sinh[x]\right]$	
$\int \operatorname{sech}[x]\,dx =$	$\begin{cases} 2\cdot\tan^{-1}\left[e^x\right] \\ \tan^{-1}\left[\sin[x]\right] \end{cases}$	
$\int \operatorname{cosech}[x]\,dx =$	$\begin{cases} -2\cdot\tan^{-1}\left[e^x\right] \\ \ln\left[\tanh\left[\frac{x}{2}\right]\right] \end{cases}$	

Mohammed_nh@yahoo.com

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \ln[x]\, dx$	$= [x \cdot \ln(x)] - x$	
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$	$= \begin{cases} \sin^{-1}[x] \\ -\cos^{-1}[x] \end{cases}$	
$\int \frac{1}{1+x^2}\, dx$	$= \begin{cases} \tan^{-1}[x] \\ -\cot^{-1}[x] \end{cases}$	
$\int \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2-1}}\, dx$	$= \begin{cases} \sec^{-1}[x] \\ -\operatorname{cosec}^{-1}[x] \end{cases}$	
$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\, dx$	$= \sinh^{-1}[x]$	
$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\, dx$	$= \cosh^{-1}[x]$	
$\int \frac{1}{1-x^2}\, dx$	$= \begin{cases} \tanh^{-1}[x] \\ \frac{1}{2} \cdot \ln\left[\frac{1+x}{1-x}\right] \\ \coth^{-1}[x] \end{cases}$	

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{1-x^2}}\,dx$	$= -\operatorname{sech}^{-1}[x]$	
$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{1+x^2}}\,dx$	$= -\operatorname{cosech}^{-1}[x]$	
$\int \sec[x]\cdot\tan[x]\,dx$	$= \sec[x]$	
$\int \operatorname{cosec}[x]\cdot\cot[x]\,dx$	$= -\operatorname{cosec}[x]$	
$\int \operatorname{sech}[x]\cdot\tanh[x]\,dx$	$= -\operatorname{sech}[x]$	
$\int \operatorname{cosech}[x]\cdot\coth[x]\,dx$	$= -\coth[x]$	
$\int \sin^{-1}[x]\,dx$	$= x\cdot\sin^{-1}[x]+\sqrt{1-x^2}$	
$\int \cos^{-1}[x]\,dx$	$= x\cdot\cos^{-1}[x]-\sqrt{1-x^2}$	
$\int \tan^{-1}[x]\,dx$	$= x\cdot\tan^{-1}[x]-\frac{1}{2}\cdot\ln\left[1+x^2\right]$	
$\int \cot^{-1}[x]\,dx$	$= x\cdot\cot^{-1}[x]+\frac{1}{2}\cdot\ln\left[1+x^2\right]$	
$\int \sec^{-1}[x]\,dx$	$= x\cdot\sec^{-1}[x]-\cosh^{-1}[x]$	

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \operatorname{cosec}^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\operatorname{cosec}^{-1}[x]+\cosh^{-1}[x]$	
$\int \sinh^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\sinh^{-1}[x]-\sqrt{1+x^2}$	
$\int \cosh^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\cosh^{-1}[x]-\sqrt{1+x^2}$	
$\int \tanh^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\tanh^{-1}[x]+\frac{1}{2}\cdot\ln\left[1-x^2\right]$	
$\int \coth^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\coth^{-1}[x]+\frac{1}{2}\cdot\ln\left[1-x^2\right]$	
$\int \operatorname{sech}^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\operatorname{sech}^{-1}[x]+\sin^{-1}[x]$	
$\int \operatorname{cosech}^{-1}[x]\,dx =$	$x\cdot\operatorname{cosech}^{-1}[x]+\sinh^{-1}[x]$	
$\int \frac{f'[x]}{\sqrt{a^2-f^2[x]}}\,dx =$	$\begin{cases}\sin^{-1}\left[\frac{f(x)}{a}\right]\\ -\cos^{-1}\left[\frac{f(x)}{a}\right]\end{cases}$	
$\int \frac{f'[x]}{a^2+f^2[x]}\,dx =$	$\begin{cases}\frac{1}{a}\cdot\tan^{-1}\left[\frac{f(x)}{a}\right]\\ -\frac{1}{a}\cdot\cot^{-1}\left[\frac{f(x)}{a}\right]\end{cases}$	

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \dfrac{f'[x]}{f[x]\cdot\sqrt{f^2[x]-a^2}}\,dx =$	$\begin{cases}\dfrac{1}{a}\cdot\sec^{-1}\left[\dfrac{f(x)}{a}\right] \\ -\dfrac{1}{a}\cdot\operatorname{cosec}^{-1}\left[\dfrac{f(x)}{a}\right]\end{cases}$	
$\int \dfrac{f'[x]}{\sqrt{a^2+f^2[x]}}\,dx =$	$\sinh^{-1}\left[\dfrac{f(x)}{a}\right]$	
$\int \dfrac{f'[x]}{\sqrt{f^2[x]-a^2}}\,dx =$	$\cosh^{-1}\left[\dfrac{f(x)}{a}\right]$	
$\int \dfrac{1}{a^2-x^2}\,dx =$	$\dfrac{1}{2a}\cdot\ln\left[\dfrac{x+a}{x-a}\right]$	
$\int \dfrac{1}{x^2-a^2}\,dx =$	$\dfrac{1}{2a}\cdot\ln\left[\dfrac{x-a}{x+a}\right]$	
$\int f'[x]\cdot f^n[x]\,dx =$	$\dfrac{f^{n+1}[x]}{n+1}$	
$\int \dfrac{f'[x]}{f[x]}\,dx =$	$\ln\lvert f[x]\rvert$	
$\int a^{f(x)}\cdot f'[x]\,dx =$	$\dfrac{a^{f(x)}}{\ln[a]}$	

بشرط أن	ناتج التكامل	التكامل
	$e^{f(x)}$	$\int e^{f(x)} \cdot f'[x]\, dx =$
	$-\cos\left[f[x]\right]$	$\int f'[x]\cdot\sin\left[f(x)\right] dx =$
	$\sin\left[f[x]\right]$	$\int f'(x)\cdot\cos\left[f(x)\right] dx =$
	$\ln\lvert\sec\left[f[x]\right]\rvert$	$\int f'[x]\cdot\tan\left[f(x)\right] dx =$
	$\ln\lvert\sin\left[f[x]\right]\rvert$	$\int f'[x]\cdot\cot\left[f[x]\right] dx =$
	$\ln\lvert\sec\left[f[x]\right]+\tan\left[f[x]\right]\rvert$	$\int f'[x]\cdot\sec\left[f[x]\right] dx =$
	$\ln\lvert\operatorname{cosec}\left[f[x]\right]-\cot\left[f[x]\right]\rvert$	$\int f'[x]\cdot\operatorname{cosec}\left[f[x]\right] dx =$
	$\cosh\left[f[x]\right]$	$\int f'[x]\cdot\sinh\left[f[x]\right] dx =$
	$\sinh\left[f[x]\right]$	$\int f'[x]\cdot\cosh\left[f[x]\right] dx =$
	$\ln\lvert\cosh\left[f[x]\right]\rvert$	$\int f'[x]\cdot\tanh\left[f[x]\right] dx =$
	$\ln\lvert\sinh\left[f[x]\right]\rvert$	$\int f'[x]\cdot\coth\left[f[x]\right] dx =$
	$2\cdot\tan^{-1}\left[e^{f(x)}\right]$	$\int f'[x]\cdot\operatorname{sech}\left[f[x]\right] dx =$

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int f'[x]\cdot \operatorname{cosech}\left[f[x]\right]\,dx =$	$2\cdot\tanh^{-1}\left[e^{f(x)}\right]$	
$\int \dfrac{f'[x]}{a^2-f^2[x]}\,dx =$	$\dfrac{1}{a}\cdot\tanh^{-1}\left[\dfrac{f[x]}{a}\right]$	
$\int \dfrac{f'[x]}{f[x]\cdot\sqrt{a^2-f^2[x]}}\,dx =$	$\dfrac{1}{a}\cdot\operatorname{sech}^{-1}\left[\dfrac{f[x]}{a}\right]$	
$\int \dfrac{f'[x]}{f[x]\cdot\sqrt{a^2+f^2[x]}}\,dx =$	$-\dfrac{1}{a}\cdot\operatorname{cosech}^{-1}\left[\dfrac{f[x]}{a}\right]$	
$\int \dfrac{1}{\sqrt{x^2+a}}\,dx =$	$\ln\left\lvert x+\sqrt{x^2+a}\right\rvert$	
$\int \dfrac{x}{\sqrt{x^2+a}}\,dx =$	$\sqrt{x^2+a}$	
$\int e^{ax}\,dx =$	$\dfrac{1}{a}\cdot e^{ax}$	
$\int \dfrac{1}{\sqrt{k^2-m^2x^2}}\,dx =$	$\dfrac{1}{m}\cdot\sin^{-1}\left[\dfrac{mx}{k}\right]$	
$\int \dfrac{1}{k^2+m^2x^2}\,dx =$	$\dfrac{1}{km}\cdot\tan^{-1}\left[\dfrac{mx}{k}\right]$	

Mohammed_nh@yahoo.com

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \sqrt{x^2+m}\ dx =$	$\frac{x}{2}\cdot\sqrt{x^2+m}+\frac{m}{2}\cdot\ln\lvert x+\sqrt{x^2+m}\rvert$	
$\int \frac{1}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\ dx =$	$\frac{\ln\left[2\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{ax^2+bx+c}+2ax+b\right]}{\sqrt{a}}$	
$\int \frac{mx+n}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\ dx =$ ؟؟؟		متروك للطالب
$\int \sin[ax]\cdot\cos[bx]\ dx =$	$-\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\cos(a+b)x}{a+b}+\frac{\cos(a-b)x}{a-b}\right]$	
$\int \sin[ax]\cdot\sin[bx]\ dx =$	$\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\sin(a-b)x}{a-b}-\frac{\sin(a+b)x}{a+b}\right]$	
$\int \cos[ax]\cdot\cos[bx]\ dx =$	$\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\sin[(a+b)\cdot x]}{a+b}+\frac{\sin[(a-b)\cdot x]}{a-b}\right]$	
$\int \sinh[ax]\cdot\cosh[bx]\ dx =$	$\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\cosh[(a+b)\cdot x]}{a+b}+\frac{\cosh[(a-b)\cdot x]}{a-b}\right]$	
$\int \cosh[ax]\cdot\cosh[bx]\ dx =$	$\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\sinh[(a+b)\cdot x]}{a+b}+\frac{\sinh[(a-b)\cdot x]}{a-b}\right]$	

Mohammed_nh@yahoo.com

بشرط أن	ناتج التكامل	التكامل
	$\int \sinh[ax]\cdot\sinh[bx]\, dx = \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{\sinh[(a+b)\cdot x]}{a+b}-\frac{\sinh[(a-b)\cdot x]}{a-b}\right]$	

بعض من قوانين الاختزال للدوال المثلثية والخاصة

$$\int x^n\cdot e^x\, dx = x^n\cdot e^x - n\cdot \mathrm{I}_{n-1}$$

$$\int \sin^n[x]\, dx = -\frac{1}{n}\cdot\sin^{n-1}[x]\cdot\cos[x]+\frac{n-1}{n}\cdot \mathrm{I}_{n-2}$$

$$\int \cos^n[x]\, dx = \frac{1}{n}\cdot\cos^{n-1}[x]\cdot\sin[x]+\frac{n-1}{n}\cdot \mathrm{I}_{n-2}$$

$$\int \tan^n[x]\, dx = \frac{1}{n-1}\cdot\tan^{n-1}[x]-\mathrm{I}_{n-2}$$

$$\int \cot^n[x]\, dx = -\frac{1}{n-1}\cdot\cot^{n-1}[x]-\mathrm{I}_{n-2}$$

$$\int \sec^n[x]\, dx = \frac{1}{n-1}\cdot\tan[x]\cdot\sec^{n-2}[x]+\frac{n-2}{n-1}\cdot \mathrm{I}_{n-2}$$

$$\int \operatorname{cosec}^n[x]\, dx = -\frac{1}{n-1}\cdot\cot[x]\cdot\operatorname{cosec}^{n-2}[x]+\frac{n-2}{n-1}\cdot \mathrm{I}_{n-2}$$

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \sin^n[x]\cdot\cos^m[x]\ dx =$	$\begin{cases} -\dfrac{1}{n+m}\cdot\sin^{n-1}[x]\cdot\cos^{m+1}[x]+\dfrac{n-1}{n+m}\cdot\mathrm{I}_{n-2,m} \\ \dfrac{1}{n+m}\cdot\sin^{n+1}[x]\cdot\cos^{m-1}[x]+\dfrac{m-1}{n+m}\cdot\mathrm{I}_{n,m-2} \end{cases}$	
$\int \sinh^n[x]\ dx =$	$\dfrac{1}{n}\cdot\sinh^{n-1}[x]\cdot\cosh[x]-\dfrac{n-1}{n}\cdot\mathrm{I}_{n-2}$	
$\int \cosh^n[x]\ dx =$	$\dfrac{1}{n}\cdot\cosh^{n-1}[x]\cdot\sinh[x]-\dfrac{n-1}{n}\cdot\mathrm{I}_{n-2}$	
$\int e^{ax}\cdot\sin[bx]\ dx =$	$\dfrac{e^{ax}}{a^2+b^2}\cdot\left[a\cdot\sin[bx]-b\cdot\cos[bx]\right]$	
$\int e^{ax}\cdot\cos[bx]\ dx =$	$\dfrac{e^{ax}}{a^2+b^2}\cdot\left[a\cdot\cos[bx]-b\cdot\sin[bx]\right]$	
$\int x^n\cdot\ln[x]\ dx =$	$\dfrac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\cdot\left(\left[(n+1)\cdot\ln(x)\right]-1\right)$	
$\int [ax+b]^n\ dx =$	$\dfrac{[ax+b]^{n+1}}{a\cdot[n+1]}$	
$\int [ax+b]^{-1}\ dx =$	$\dfrac{1}{a}\cdot\ln\lvert ax+b\rvert$	
$\int x\cdot[ax+b]^n\ dx =$	$\dfrac{[ax+b]^{n+1}}{a^2}\cdot\left[\dfrac{ax+b}{n+2}-\dfrac{b}{n+1}\right]$	

Mohammed_nh@yahoo.com

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int x\cdot[ax+b]^{-1}\,dx$	$= \frac{x}{a}-\frac{b}{a^2}\cdot\ln\lvert ax+b\rvert$	
$\int x\cdot[ax+b]^{-2}\,dx$	$= \frac{1}{a^2}\cdot\left[\ln\lvert ax+b\rvert+\frac{b}{ax+b}\right]$	
$\int \frac{1}{x\cdot[ax+b]}\,dx$	$= \frac{1}{b}\cdot\ln\left\lvert\frac{x}{ax+b}\right\rvert$	
$\int \left[\sqrt{ax+b}\right]^n\,dx$	$= \frac{2}{a}\cdot\frac{\left[\sqrt{ax+b}\right]^{n+2}}{n+2}$	
$\int \frac{\sqrt{ax+b}}{x}\,dx$	$= 2\cdot\sqrt{ax+b}+b\cdot\int\frac{dx}{x\cdot\sqrt{ax+b}}$	
$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{ax+b}}\,dx$	$= \begin{cases}\frac{2}{\sqrt{(-b)}}\cdot\tan^{-1}\left[\sqrt{\frac{ax+b}{-b}}\right]\\ \frac{1}{b}\cdot\ln\left\lvert\frac{\sqrt{ax+b}-\sqrt{b}}{\sqrt{ax+b}+\sqrt{b}}\right\rvert\end{cases}$	
$\int \frac{\sqrt{ax+b}}{x^2}\,dx$	$= -\frac{\sqrt{ax+b}}{x}+\frac{a}{2}\cdot\int\frac{dx}{x\cdot\sqrt{ax+b}}$	
$\int \frac{1}{x^2\cdot\sqrt{ax+b}}\,dx$	$= -\frac{\sqrt{ax+b}}{bx}-\frac{a}{2b}\cdot\int\frac{dx}{x\cdot\sqrt{ax+b}}$	

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \frac{1}{a^2+b^2}\,dx =$	$\frac{1}{a}\cdot\tan^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]$	
$\int \frac{1}{\left[a^2+b^2\right]^2}\,dx =$	$\frac{x}{2a^2\cdot\left[a^2+x^2\right]}+\frac{1}{2a^2}\cdot\tan^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]$	
$\int \frac{1}{a^2-b^2}\,dx =$	$\frac{1}{2a}\cdot\ln\left\lvert\frac{x+a}{x-a}\right\rvert$	
$\int \frac{1}{\left[a^2-b^2\right]^2}\,dx =$	$\frac{x}{2a^2\cdot\left[a^2-x^2\right]}+\frac{1}{2a^2}\cdot\int\frac{dx}{a^2-x^2}$	
$\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}\,dx =$	$\begin{cases}\sinh^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]\\ \ln\left\lvert x+\sqrt{a^2+x^2}\right\rvert\end{cases}$	
$\int \sqrt{a^2+x^2}\,dx =$	$\frac{x}{2}\cdot\sqrt{a^2+x^2}+\frac{a^2}{2}\cdot\sinh^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]$	
$\int x^2\cdot\sqrt{a^2+x^2}\,dx =$	$\frac{x\cdot\left(a^2+2x^2\right)\cdot\sqrt{a^2+x^2}}{8}-\frac{a^4}{8}\cdot\sinh^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]$	
$\int \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{x}\,dx =$	$\sqrt{a^2+x^2}-a\cdot\sinh^{-1}\left[\frac{a}{x}\right]$	

Mohammed_nh@yahoo.com

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{x^2}\,dx =$	$\sinh^{-1}\left[\frac{a}{x}\right]-\frac{\sqrt{a^2+x^2}}{x}$	
$\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2+x^2}}\,dx =$	$-\frac{a^2}{2}\cdot\sinh^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]+\frac{x\cdot\sqrt{a^2+x^2}}{2}$	
$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{a^2+x^2}}\,dx =$	$-\frac{1}{a}\cdot\ln\left\|\frac{a+\sqrt{a^2+x^2}}{x}\right\|$	
$\int \frac{1}{x^2\cdot\sqrt{a^2+x^2}}\,dx =$	$\frac{-\sqrt{a^2+x^2}}{a^2\cdot x}$	
$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx =$	$\sin^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]$	
$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx =$	$\frac{x}{2}\cdot\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\cdot\sin^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]$	
$\int x^2\cdot\sqrt{a^2-x^2}\,dx =$	$\frac{a^4}{8}\cdot\sin^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]-\frac{x}{8}\cdot\sqrt{a^2-x^2}\cdot\left(a^2-2x^2\right)$	
$\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}\,dx =$	$\sqrt{a^2-x^2}-a\cdot\ln\left\|\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}\right\|$	

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2}\,dx =$	$-\sin^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]-\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}$	
$\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx =$	$\frac{a^2}{2}\cdot\sin^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]-\frac{x}{2}\cdot\sqrt{a^2-x^2}$	
$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{a^2-x^2}}\,dx =$	$-\frac{1}{a}\cdot\ln\left\lvert\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}\right\rvert$	
$\int \frac{1}{x^2\cdot\sqrt{a^2-x^2}}\,dx =$	$-\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x\cdot a^2}$	
$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}\,dx =$	$\begin{cases}\cosh^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]\\ \ln\left\lvert x+\sqrt{x^2-a^2}\right\rvert\end{cases}$	
$\int \sqrt{x^2-a^2}\,dx =$	$\frac{x}{2}\cdot\sqrt{x^2-a^2}-\frac{a^2}{2}\cosh^{-1}\left[\frac{x}{a}\right]$	
$\int \left[\sqrt{x^2-a^2}\right]^n dx =$	$\frac{x\cdot\sqrt{x^2-a^2}}{n+1}-\frac{na^2}{n+1}\cdot\int\left[\sqrt{x^2-a^2}\right]^{n-2}dx$	
$\int \frac{1}{\left[\sqrt{x^2-a^2}\right]^n}\,dx =$	$\frac{x\cdot\left[\sqrt{x^2-a^2}\right]^{2-n}}{a^2\cdot(2-n)}-\frac{n-3}{a^2\cdot(n-2)}\cdot\int\frac{dx}{\left[\sqrt{x^2-a^2}\right]^{n-2}}$	

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int x\cdot\left[\sqrt{x^2-a^2}\right]^n \, dx =$	$\dfrac{\left[\sqrt{x^2-a^2}\right]^{n+2}}{n+2}$	
$\int x^2\cdot\sqrt{x^2-a^2} \, dx =$	$\dfrac{x}{8}\cdot\left[2x^2-a^2\right]\cdot\sqrt{x^2-a^2}-\dfrac{a^4}{8}\cosh^{-1}\left[\dfrac{x}{a}\right]$	
$\int \dfrac{\sqrt{x^2-a^2}}{x} \, dx =$	$\sqrt{x^2-a^2}-a\cdot\sec^{-1}\left\lvert\dfrac{x}{a}\right\rvert$	
$\int \dfrac{\sqrt{x^2-a^2}}{x^2} \, dx =$	$\cosh^{-1}\left[\dfrac{x}{a}\right]-\dfrac{\sqrt{x^2-a^2}}{x}$	
$\int \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-a^2}} \, dx =$	$\dfrac{a^2}{2}\cdot\cosh^{-1}\left[\dfrac{x}{a}\right]+\dfrac{x}{2}\cdot\sqrt{x^2-a^2}$	
$\int \dfrac{1}{x\cdot\sqrt{x^2-a^2}} \, dx =$	$\begin{cases}\dfrac{1}{a}\cdot\sec^{-1}\left\lvert\dfrac{x}{a}\right\rvert \\ \dfrac{1}{a}\cos^{-1}\left\lvert\dfrac{a}{x}\right\rvert\end{cases}$	
$\int \dfrac{1}{x^2\cdot\sqrt{x^2-a^2}} \, dx =$	$\dfrac{\sqrt{x^2-a^2}}{a^2\cdot x}$	
$\int \dfrac{1}{\sqrt{2ax-x^2}} \, dx =$	$\sin^{-1}\left[\dfrac{x-a}{a}\right]$	

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \sqrt{2ax-x^2}\ dx =$	$\frac{x-a}{2}\cdot\sqrt{2ax-x^2}+\frac{a^2}{2}\cdot\sin^{-1}\left[\frac{x-a}{a}\right]$	
$\int \left[\sqrt{2ax-x^2}\right]^n dx =$	$\frac{[x-a]\cdot\left[\sqrt{2ax-x^2}\right]^n}{n+1}+\frac{n\cdot a^2}{n+1}\int\left[\sqrt{2ax-x^2}\right]^{n-2}$	
$\int \frac{1}{\left[\sqrt{2ax-x^2}\right]^n} dx =$	$\frac{[x-a]\left[\sqrt{2ax-x^2}\right]^{2-n}}{a^2[n-2]}+\frac{n-3}{a^2[n-2]}\int\frac{dx}{\left[\sqrt{2ax-x^2}\right]^{n-2}}$	
$\int x\cdot\sqrt{2ax-x^2}\ dx =$	$\frac{[x+a]\cdot[2x-3a]\cdot\sqrt{2ax-x^2}}{6}+\frac{a^3}{2}\sin^{-1}\left[\frac{x-a}{a}\right]$	
$\int \frac{\sqrt{2ax-x^2}}{x} dx =$	$\sqrt{2ax-x^2}+a\cdot\sin^{-1}\left[\frac{x-a}{a}\right]$	
$\int \frac{\sqrt{2ax-x^2}}{x^2} dx =$	$-2\cdot\sqrt{\frac{2a-x}{x}}-\sin^{-1}\left[\frac{x-a}{a}\right]$	
$\int \frac{x}{\sqrt{2ax-x^2}} dx =$	$a\cdot\sin^{-1}\left[\frac{x-a}{a}\right]-\sqrt{2ax-x^2}$	
$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{2ax-x^2}} dx =$	$-\frac{1}{a}\cdot\sqrt{\frac{2a-x}{x}}$	

Mohammed_nh@yahoo.com

التكامل	ناتج التكامل	بشرط أن
$\int \frac{1}{b+c\cdot\sin[ax]}\,dx =$	$\begin{cases} \frac{-2}{a\cdot\sqrt{b^2-c^2}}\cdot\tan^{-1}\left[\sqrt{\frac{b-c}{b+c}}\cdot\tan\left[\frac{\pi}{4}-\frac{ax}{2}\right]\right] \\ \frac{-1}{a\cdot\sqrt{c^2-b^2}}\cdot\ln\left\lvert\frac{c+b\cdot\sin[ax]+\sqrt{c^2-b^2}\cdot\cos[ax]}{b+c\cdot\sin[ax]}\right\rvert \end{cases}$	
$\int \frac{1}{1+\sin[ax]}\,dx =$	$-\frac{1}{a}\cdot\tan\left[\frac{\pi}{4}-\frac{ax}{2}\right]$	
$\int \frac{1}{1-\sin[ax]}\,dx =$	$-\frac{1}{a}\cdot\tan\left[\frac{\pi}{4}+\frac{ax}{2}\right]$	
$\int \frac{1}{b+c\cdot\cos[ax]}\,dx =$		
$\int \quad dx =$		

لا تتردد في طلب نسختك عبر الإنترنت مجاناً Mohammed_nh@yahoo.com

أخي القارئ الكريم ... لا يوجد شئ كامل ... فإن الكمال لله وحده.
لذا فإني أناشدك أخي في الله أن لا تبخل عليّ برسالة تهدي إليّ فيها عيوبي.
رحم الله رجلاً أهدى إلي عيوبي.
فلا تبخل عليّ بملحوظة أو إذا وجدت خطأ فراسلني لتصحيحه لِنَكُونَ معاً على الإنترنت أكبر مرجع في علوم الرياضيات بالعربية ... إن شاء الله