جبر
الصف الأول الإعدادي
الترم الثاني
الوحدة الأولى
الحدود و المقادير الجبرية

الحد الجبري: هو ماتكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر مثلاً:

$7x$ حد جبري يتكون من عاملين:

العامل الأول: 7 يسمى معامل الحد.

العامل الثاني: x يسمى المعامل الرمزي.

، $-3xy$ حد جبري يتكون من ثلاثة عوامل:

العامل الأول: -3 معامل الحد.

العامل الثاني : x عامل رمزي.

العامل الثالث: y عامل رمزي أو عامل جبري.

❋ ملحوظة:

الحد الجبري x يتكون من عاملين:

العامل الأول: 1 يسمى معامل الحد.

العامل الثاني: x يسمى العامل الجبري.

المقدار الجبري: هو ماتكون من حاصل جمع (طرح) حدين أو أكثر مثلاً:

$5x+y^2$ مقدار جبري مكون من حدين هما $5x$ و y^2 وطبعاً الإشارات موجبة للحدين.

$5y+x^2$ مقدار جبري مكون من حدين هما $5y$ و x^2 وطبعاً الإشارات موجبة للحدين.

$5y-x^2$ مقدار جبري مكون من حدين هما $5y$ و $-x^2$ أحدهما موجب والآخر سالب.

Mohammed_nh@yahoo.com

مثال: $7x^2 - 3xy + 2y^2$ مقدار جبري مكون من ثلاثة حدود هم:

الحد الأول: $+7x^2$

الحد الثاني: $-3xy$

الحد الثالث: $+2y^2$

درجة الحد الجبري هي مجموع أسس الرموز المكونة للحد

* الحد الجبري $-3xy$ من الدرجة الثانية لأن x من الدرجة الأولى و y من الدرجة الأولى؛ ومجموع أسي (الدرجتين) يساوي 2.
* الحد الجبري $+2my^2$ من الدرجة الثالثة لأن 2+ من الدرجة صفر، m من الدرجة الأولى، و y^2 من الدرجة الثانية؛ ومجموع هذه الدرجات يساوي 3.

ملاحظة: أي عدد يعتبر حداً جبرياً من الدرجة صفر.

مثلا: العدد 5 يمكن كتابته على الصورة $5x^0$ لأن $x^0 = 1$.

درجة المقدار الجبري هي أعلى درجة للحدود المكونة له

مثلاً:

المقدار $5x + 3y - 17$ من الدرجة الأولى لأن:

الحد 5x من الدرجة 1.

الحد 3y من الدرجة 1.

الحد 17 من الدرجة 0.

المقدار $-7x^4 + 3x - 104$ من الدرجة الرابعة لأن أعلى درجة (اس) موجود بالمعادلة هو 4.

معامل الحد الجبري وهو الرقم الذي يكتب بجوار الرمز

الحدود المتشابهه هي التي تتشابه في الرموز وأسس هذه الرموز بغض النظر عن ترتيب الرموز في الحد أو عن قيمة معاملات هذه الرموز.

Mohammed_nh@yahoo.com

أمثلة:

- الحدود $5x, -112x, 13x$ متشابهة في الرمز x وفي أس الرمز (1).
- الحدود $y^2, 7y^2, -15y^2$ متشابهة في الرمز y وفي قوة هذا الرمز (2).
- الحدود $6xy^3, -y^3x$ متشابهة في الرمز x وقوته (1)، ومتشابهة في الرمز y وقوة الرمز (3) بغض النظر عن ترتيب الرموز أو معاملات هذه الرموز.

بينما

- الحدود $-7x, -7y, -7z$ غير متشابهة لاختلاف الرموز الجبرية.
- الحدود x^3, y^3, z^3 غير متشابهة لاختلاف الرموز الجبرية.
- الحدود $-x^3, -4x, -2x^2$ غير متشابهة لاختلاف قوة (اسس) الرموز الجبرية.

ترتيب المقدار الجبري

هناك طريقتان لترتيب المقدار الجبري: ترتيب تنازلي وترتيب تصاعدي.
والترتيب يتم عن طريق ترتيب الحدود تبعاً لأسس أحد الرموز الجبرية المكونة للمقدار بأكمله.

مثلاً لترتيب المقدار الجبري $41x + 12x^2 - 15$ تنازلياً وتصاعدياً:

⇦ أولاً الترتيب التصاعدي بداية من الأس الصغير إلى الأس الكبير (نتخيل أننا نصعد عمارة فإننا نصعد من الدور الأول إلى الدور الثالث) أي من الصغير إلى الكبير.

⇦ ثانياً الترتيب التنازلي بداية من الأس الكبير إلى الأس الصغير (نتخيل أننا ننزل عمارة فإننا ننزل من الدور الثالث إلى الدور الأول) أي من الكبير إلى الصغير.

الترتيب التصاعدي: $15 + 41x - 12x^2$. من الأس الصغير إلى الأس الكبير

الترتيب التنازلي : $-12x^2 + 41x + 15$. من الأس الكبير إلى الأس الصغير

طبعاً عند ترتيب المقدار الجبري ننقل (نغير أماكن) الحدود بنفس إشارتها؛ وانظر إلى المثال السابق جيداً.

مثال آخر:

رتب المقدار $3x^3-5-4x^4+x$ تنازلياً وتصاعدياً حسب أسس x.

الترتيب التنازلي: $-4x^4+3x^3+x-5$

الترتيب التصاعدي: $-5+x-3x^3-4x^4$

في عمليات جمع وطرح الحدود، نطرح / نجمع الحدود المتشابهه فقط؛ وعملية الجمع والطرح تجري على المعاملات فقط.

أولاً جمع الحدود المتشابهة:

۞ مجموع عدة حدود متشابهة هو حد مشابه لهذه الحدود ومعامله يساوي المجموع الجبري لمعاملات هذه الحدود (العامل الرمزي لا يتغير) وتعتمد عملية جمع وطرح الحدود المتشابهة على عملية التوزيع.

مثل: 3 كيلو تفاح + 5 كيلو تفاح = 8 كيلو تفاح.

مثال آخر: اجمع الحدود $4x^2, 15x^2, -8x^2$

المجموع = $4x^2+15x^2+\left(-8x^2\right)$ وضع الحد السالب بين قوسين.

= $\left[4+15+(-8)\right]x^2$ خاصية التوزيع (توزيع الضرب على الجمع).

= $11x^2$ = $(19-8)x^2$ = $\left[19+(-8)\right]x^2$.

۞ ثانياً طرح الحدود المتشابهة : بنفس طريقة الجمع السابقة مع تطبيق قاعدة الإشارات.

مثال: 8 كيلو خوخ – 6 كيلو خوخ = 2 كيلو خوخ

مثال آخر: اطرح $13xy$ من $25xy$

$25xy-13xy=(25-13)xy=12xy$ بعد تطبيق قاعدة التوزيع.

ملاحظات هامة لمعرفة المطروح و المطروح منه

نفرض x,y أعداد صحيحة / حدود جبرية / مقادير جبرية. فيكون:

العبارة	المطروح منه (الأول) العدد الكبير	المطروح (الثاني)
اطرح x من y	y	x
من x اطرح y	x	y
ما زيادة x عن y	x	y
ما نقص x عن y	y	x
ما يجب إضافته إلى x ليصبح y	y	x
ما يجب طرحه من x ليصبح y	x	y

وفي المسألة نعوض عن x,y ؛وما كان الجدول بأعلى إلا لتوضيح مسائل الطرح اللفظية.

✹ اختصار المقدار الجبري

- ✓ إذا كـــان المقدار الجبري يتكون من بعض الحدود المتشابهة فإنه يجب إجراء عملية الجمع / الطرح على هذه الحدود حتى يصبح المقدار الجبري في أبسط صورة.
- ✓ إذا كـــان المقـــدار الجـــبري يحـــتوي عدة مجموعات من الحدود الجبرية؛ نستخدم خاصيتي الإبدال والدمج لفصل كل مجموعة من الحدود المتشابهة؛ لأن الحدود غير المتشابهة لا تجمع ولا تطرح.

مثال: اختصر المقدار $3\left(5x^2-2x\right)-2\left(7x-x^2\right)$

المقدار $= 15x^2-6x-14x+2x^2$ باستخدام خاصية التوزيع.

$= \left(15x^2+2x^2\right)+\left(-6x-14x\right)$ خاصيتا الإبدال والدمج.

$= \left(15+2\right)x^2+\left(-6-14\right)x$ خاصية التوزيع.

$= 17x^2-20x$ وهذه هي قيمة المقدار بعد الإختصار.

جمع وطرح المقادير الجبرية

، توجد طريقتان لجمع المقادير الجبرية:

الجمع أو الطرح بالطريقة الأفقية.

الجمع أو الطرح بالطريقة الرأسية (أسهل).

والآن هيا بنا نتعرف على الطريقتين معاً؛

1. الطريقة الأفقية

ويمكن إجراؤها باتباع الخطوات التالية:

- وضع كل مقدار بين قوسين يفصل بينهما إشارة الجمع (+).
- تطبيق خاصيتي الإبدال والدمج لفصل الحدود المتشابهة.
- تطبيق خاصية التوزيع لفصل معاملات الحدود المتشابهة.

2. الطريقة الرأسية

ويمكن إجراؤها باتباع الخطوات التالية:

1) ترتيب كل المقادير الجبرية تنازليا (ويجوز تصاعديا أيضا).
2) نكتب كل مقدار أسفل الذي يسبقه مع ملاحظة وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها وترك مكان الحدود الغير موجودة خالٍ.

مثال: اجمع $3x^2+5xy-2y^2$ و $2x^2+7y^2$ و $5y^2-11xy$

الحل:

بالطريقة الأفقية:

المجموع = $(3x^2+5xy-2y^2)+(2x^2+7y^2)+(5y^2-11xy)$

= $3x^2+5xy-2y^2+2x^2+7y^2+5y^2-11xy$ خاصية الإبدال

= $(3x^2+2x^2)+(5xy-11xy)+(-2y^2+7y^2+5y^2)$ والدمج

= $(3+2)x^2+(5-11)xy+(-2+7+5)y^2$ بالتوزيع

= $5x^2-6xy+10y^2$ وهذا هو ناتج جمع المقادير الثلاثة بالصورة الأفقية.

بالطريقة الرأسية:

لاحظ أنه يجب وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها وترك فراغ للحدود الغير موجودة.

	$-2y^2$	$+5xy$	$+3x^2$
	$+7y^2$		$2x^2$
	$+5y^2$	$-11xy$	
المجموع	$+10y^2$	$-6xy$	$+5x^2$

يجوز عدم كتابة الإشارة الموجبة إذا كان موضعها في بداية المقدار الجبري وأي تغيير في حدود المقدار يعني كتابة الإشارة الموجبة. لا يمكن تجاهل كتابة الإشارة السالبة؛ حتى لو كانت في بداية المقدار الجبري

قاعدة الإشارات:

- حاصل ضرب / قسمة زوج من الإشارات المتشابهه يعطي إشارة موجبة.
- حاصل ضرب / قسمة زوج من الإشارات المختلفة يعطي إشارة سالبة.

طرح المقادير الجبرية

، توجد طريقتان أيضاً لطرح المقادير الجبرية تماماً مثل الجمع.

1. الطريقة الأفقية

ويمكن إجراؤها باتباع الخطوات التالية:

- نضيف المعكوس الجمعي للمقدار المطروح إلى المقدار المطروح منه.
- تطبيق خاصيتي الإبدال والدمج لفصل الحدود المتشابهة.
- تطبيق خاصية التوزيع لفصل معاملات الحدود المتشابهة.

2. الطريقة الرأسية

ويمكن إجراؤها باتباع الخطوات التالية:

1) المقـــدار المطروح منه يكون دائماً في الصف الأول؛ والمقدار المطروح يكون دائماً أسفل الصف الأول مهما كان عدد المقادير المطروحة.
2) ترتيب كل المقادير الجبرية تنازليا (ويجوز تصاعديا أيضا).
3) نكتب كل مقدار أسفل الذي يسبقه مع ملاحظة وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها وترك مكان الحدود الغير موجودة خالٍ.
4) تغيير كافة إشارت الحدود في المقادير المطروحة (أسفل الصف الأول) بمعكوساتها الجمعية.
5) نجري عملية الجمع كما سبق في حالة الجمع.

مثال: اطرح $5x+y-3z$ من $9x+2y-z$

الحل

بالصفحة التالية...

1. الطريقة الأفقية

باقي الطرح = $(9x+2y-z)-(5x+y-3z)$ بإضافة المعكوس الجمعي للمطروح.

= $9x+2y-z-5x-y+3z$ بفك الأقواس

= $(9x-5x)+(2y-y)+(-z+3z)$ خاصيتا الإبدال والدمج

= $(9-5)x+(2-1)y+(-1+3)z$ خاصية التوزيع

= $4x+y+2z$ وهذه هي قيمة باقي الطرح

2. الطريقة الرأسية

المطروح منه	$-z$	$+2y$	$+9x$
الإشارة البديلة	$+$	$-$	$-$
المطروح	$\cancel{-}3z$	$\cancel{+}y$	$\cancel{+}5x$
باقي الطرح	$+2z$	$+y$	$4x$

اضغط هنا لرؤية ملحوظة هامة جداً للطرح

الرابط يعمل داخل الوورد فقط

ضرب الحدود الجبرية

- لإجراء عملية الضرب لعدة حدود جبرية نتبع الخطوات التالية:

1. نستخدم خاصيتي الإبدال والدمج لفصل معاملات الحدود المتشابهة.
2. نجري عملية الضرب للمعاملات كما سبق في عملية ضرب الأعداد الصحيحة.
3. نجري عملية الضرب للعوامل الجبرية (الرمزية) ذات الأسس المتشابهة وذلك بكتابة الرمز الجبري كما هو ؛ وجمع الأسس.
4. نترك العوامل الجبرية ذات الأساسات غير المتشابهة كعوامل لحاصل الضرب.
5. يرجى اتباع قاعدة الإشارات أثناء إجراء عمليتي الضرب والقسمة للحدود والمقادير الجبرية.

مثال: أوجد حجم مكعب طول ضلعه 9x ثم أوجد الحجم عندما x=2.

الحل: حجم المكعب = مكعب طول ضلعه = طول الضلع × نفسه × نفسه.

= $9x\times9x\times9x=729x^3$

وعندما x=2 فإن حجم المكعب = 729 × 8 = 5832 وحدة حجم

✓ ضرب حد جبري في مقدار جبري

⊙ عند ضرب حد جبري في مقدار جبري؛ فإننا نضرب الحد في كل حدود المقدار الجبري بأكمله.

مثال: أوجد ناتج ضرب الحد $5xy$ في المقدار $\left(x^2-3xy-2y^2\right)$؟

الحل: $5xy\left(x^2-3xy-2y^2\right)=5x^3y-15x^2y^2-10xy^3$ خاصية التوزيع.

مثال آخر: اطرح $3x\left(2xy-5\right)$ من $4x^2y-5x+3$؟

الحل: = $4x^2y-5x+3-\left[3x\left(2xy-5\right)\right]$ إضافة المعكوس الجمعي للمطروح

= $4x^2y-5x+3-6x^2y+15x$ خاصية التوزيع

= $\left(4-6\right)x^2y+\left(15-5\right)x+3$ خاصيتا الإبدال و الدمج

= $-2x^2y+10y+3$ الناتج النهائي

☆ ضرب المقادير الجبرية

أولاً – ضرب المقادير الجبرية المكونة من أكثر من حدين:

(01) ضرب مقدار جبري ذي حدين في آخر ذي حدين:

* يمكن إجراء عملية الضرب بالطريقة الأفقية أو الرأسية.

مثال: أوجد حاصل ضرب $2x+y$ في $5a-2b$

الحل:

✺ بالطريقة الأفقية:

حاصل الضرب = $\left(2x+y\right)\times\left(5a-2b\right)$

$2x\cdot\left(5a-2b\right)+y\cdot\left(5a-2b\right)$ خاصية التوزيع

$10ax-4bx+5ay-2by$ الناتج النهائي

✺ بالطريقة الرأسية:

1- نضع المقدارين أسفل بعضهما

2- نضرب الحد الأول من المقدار الأول في المقدار الثاني بأكمله يعني $2x(5a-2b)$

3- نضرب الحد الثاني من المقدار الأول في المقدار الثاني بأكمله يعني $y(5a-2b)$

$$\begin{array}{rl} 2x+y & \\ 5a-2b & \times \\ \hline 10ax+5ay & \\ -4bx-2by & \text{بالجمع} \\ \hline 10ax-4bx+5ay-2by & \end{array}$$

4- نقوم بجمع الحدود المتشابهة معاً، ونكتب الحدود الغير متشابهة كما هي.

وكما ترى فإن نتيجة الضرب الأفقية متفقة مع نتيجة الضرب الرأسية.

الضرب بمجرد النظر

مثال: اوجد حاصل ضرب $(3x+2)\cdot(4x-5)$ بمجرد النظر

الحل: $12x^2-7x-10$

التفسير

الحد الأول في حاصل الضرب نتج من حاصل ضرب $3x\cdot4x$

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ \times \\ 4x-5 \end{array}$$

بضرب الحد الأول من القوس الأول (المقدار الأول) × الحد الأول من المقدار الثاني.

أي ضرب 3x في 4x

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ \times \\ 4x-5 \end{array}$$

الحد الثالث في حاصل الضرب نتج من حاصل ضرب $2\cdot(-5)$

بضرب الحد الثاني من المقدار الأول × الحد الثاني من المقدار الثاني.

أي ضرب 2 في (– 5)

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ \times \\ 4x-5 \end{array}$$

الحد الأوسط في حاصل الضرب نتج من (حاصل ضرب الوسطين)+(حاصل ضرب الطرفين)

(الحد الأول من المقدار الأول × الحد الثاني من المقدار الثاني) + (الحد الثاني من المقدار الأول × الحد الأول من المقدار الثاني).

أي ضرب 3x في – 5 والجمع مع حاصل ضرب 2 في 4x

ويمكن توضيح ذلك بالشكل المقابل:

رسم تخطيطي لتوضيح فكرة الضرب بمجرد النظر وكيفية تنفيذ القانون

$12x^2$

-10

$$(3x+2)\cdot(4x-5)$$

$8x$

$-15x$

مربع مقدار ذي حدين

(الحد الأول + الحد الثاني)^2

= مربع الحد الأول + 2 × الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني

(الحد الأول − الحد الثاني)^2

= مربع الحد الأول − 2 × الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني

مثال: $(3x+5y)^2=(3x)^2+2\times 3x\times 5y+(5y)^2$

$=9x^2+30xy+25y^2$

مثال آخر: $(3x-5y)^2=(3x)^2-2\times 3x\times 5y+(5y)^2$

$=9x^2-30xy+25y^2$

ثانيا ضرب المقادير الجبرية المكونة من أكثر من حدين

يمكن إجراء عملية الضرب بالطريقتين الأفقية أو الرأسية.

ملحوظة: قبل إجراء عملية الضرب يجب ترتيب حدود كلٍ من المضروب والمضروب فيه معاً إما تنازلياً أو تصاعدياً حسب أسس أحد الرموز.

مثال: أوجد حاصل ضرب x^2+y^2+xy في $x-y$

الحل:

أولاً – بالطريقة الرأسية

$$\begin{array}{rrr}
y^2 & +\,xy & +\,x^2 \\
 & -y & +\,x \\ \hline
 xy^2 & +\,yx^2 & +\,x^3 \\
-y^3 \;-\,xy^2 & -\,yx^2 & \\ \hline
-y^3 & & +x^3
\end{array}$$

لاحظ خطوة الترتيب.

ولقد قمت بالترتيب حسب قوة الرمز y.

عملية ضرب عادية.

وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها؛

ومن ثم،

اختصار الناتج ووضعه في أبسط صورة.

إذن حاصل الضرب (ناتج) هو x^3-y^3.

ثانيا – بالطريقة الأفقية:

حاصل الضرب= $(x-y)\cdot(x^2+xy+y^2)$

$= x\cdot(x^2+xy+y^2)-y\cdot(x^2+xy+y^2)$ خاصية توزيع الضرب على الجمع

$x^3+yx^2+xy^2-yx^2-xy^2-y^3=x^3-y^3$ اختصار المقدار الناتج

قسمة المقادير والحدود الجبرية

تذكر أن:

1. كل زوج من الإشارات المتشابهة في حالة الضرب أو القسمة يعطي إشارة موجبة.
2. كل زوج من الإشارات المختلفة في حالة الضرب أو القسمة يعطي إشارة سالبة.
3. عند ضرب الأساسات المتحدة نجمع الأسس.
4. عند قسمة الأساسات المتحدة نطرح الأسس.
5. م^0 = واحد (أي عدد مرفوع للأس (صفر) يساوي [واحد]).

✪ أولاً – قسمة حد جبري على حد جبري آخر:

عـــند قسمة حد جبري على حد جبري آخر فإننا نقسم معامل المقسوم على معامل المقسوم عليه؛ ثم نقسم العوامل ذات الأساسات المتحدة بطرح اسسها

قاعدة: $\frac{ax^m}{bx^n}=\frac{a}{b}\cdot x^{m-n}$ وتطبق في حالة قسمة الأساسات المتحدة (المتشابهة) فقط.

مثال: أوجد ناتج $\frac{28x^4y^6}{-2x^4y^4}$

الحل: $\frac{28x^4y^6}{-2x^4y^4}=\frac{28}{-2}x^{4-4}y^{6-4}=-14y^2$ لأن $x^0=1$.

✪ ثانياً – قسمة مقدار جبري على حد جبري:

وفـــي هذه الحالة نقسم كل حد من حدود المقدار على الحد الجبري ونوجد الناتج ونجمعه لكل الحدود المقسومة.

مثال: أوجد ناتج قسمة $15x^5y^2 - 20x^4y^3 + 30x^3y^5$ على $5x^3y^2$

ناتج القسمة = $\dfrac{15x^5y^2 - 20x^4y^3 + 30x^3y^5}{5x^3y^2}$ وبتوزيع (تقسيم) البسط على المقام

أي قسمة كل حد من حدود البسط على المقام وإيجاد ناتج الجمع/الطرح.

$$= \frac{15x^5y^2}{5x^3y^2} + \frac{-20x^4y^3}{5x^3y^2} + \frac{30x^3y^5}{5x^3y^2}$$

= $3x^2 - 4xy + 6y^3$ وهذا هو ناتج القسمة.

لا تنسى تطبيق قاعدة الإشارات أينما وجدتها سواء في عملية جمع أو عملية ضرب أو غير ذلك من العمليات المشابهة.

إن أي خطأ بسيط في قاعدة الإشارات يتسبب في أن المسألة بكاملها تصبح خاطئة.

يجب عليك التفريق بين قاعدة الإشارات في الحالتين الآتيتين:

- ✓ قاعدة الإشارات في حالة الجمع / الطرح.
  - عند جمع/طرح الإشارات المتشابهة نجمع/نطرح الأرقام فقط بدون تغيير الإشارة.
  - عند جمع/طرح الإشارات المختلفة نطرح الأرقام (الرقم الكبير – الرقم الصغير) ونكتب إشارة العدد الكبير أمام الناتج.
    - قمنا بعملية طرح عادية (بعد تجاهل الإشارات) للأرقام.

- ✓ قاعدة الإشارات في حالة الضرب / القسمة.
  - عند ضرب/قسمة زوج من الإشارات المتشابهة فإن الناتج إشارة موجبة
  - عند ضرب/قسمة زوج من الإشارات المختلفة فإن الناتج إشارة سالبة.

لا تنسوني من صالح دعائكم mohammed_nh@yahoo.com

تفضلوا بزيارة منتدى البيروني للرياضيات http://www.mab.greatboard.com/

جبر
أولى اعدادي
ترم ثان
الوحدة الثانية
المعادلات و المتباينات من الدرجة الأولى في مجهول واحد
في الأعداد الصحيحة (ص)

أولا – المعادلات

تعريفات هامة:

المعادلة: هي تساوي مقدار جبري وحد جبري أو حدين جبريين أو مقدارين جبريين.
طرفي المعادلة: المقداران (الحدان) على يمين ويسار علامة التساوي.
درجة المعادلة: هي أعلى درجة للحد الجبري في الطرفين.
مفهـــوم حل المعادلة: هو إيجاد قيم المجهول (المجاهيل) التي تحقق تساوي الطرف الأيمن للمعادلة مع الطرف الأيسر.
مفهوم مجموعة التعويض: هي المجموعة التي ينتمي إليها المجهول في المعادلة.
مفهوم مجموعة حل المعادلة: هي المجموعة التي عناصرها تحقق المعادلة وهي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.

حل معادلة الدرجة الأولى في مجهول واحد

وقبل حل المعادلة لابد من ذكر بعض القوانين الهامة.
نفرض ثلاث اعداد صحيحة a,b,c فإن

If a=b → a+c=b+c
If a=b → a×c=b×c
If a+c=b+c → a=b
If ac=bc , c#0 → a=b

القواعد السابقة باللغة العربية:

- ✔ يمكن إضافة/طرح عدد ما إلى طرفي المعادلة دون أن تتغير.
- ✔ يمكن ضرب/قسمة طرفي المعادلة في عدد ما (غير الصفر) دون أن تتغير.

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلة $3x+8=2$ في ط، و ص.
حيث ط: الأعداد الطبيعية، ص: الأعداد الصحيحة.

الحل:

أولاً x تنتمي لــ ط:

مجموعة الحل = $\varnothing$ فاي { } المجموعة الخالية من أي عناصر.

لأنه لا يوجد عدد يمكن إضافته إلى 8 فيكون الناتج 2.

ثانياً x تنتمي إلى الأعداد الصحيحة:

$3x+8=2$ بطرح 8 من الطرفين (بإضافة المعكوس الجمعي(8−) للطرفين).

$3x\cancel{+8}\cancel{-8}=2-8$ بمعنى آخر، طرح العد المضاف إلى x من الطرفين.

$3x=-6$ بالقسمة على العدد المضروب في x وهو 3 (بالضرب في المعكوس الضربي لمعامل x وهو $\frac{1}{3}$).

إذن $x=-2$ وهذا يعني أن مجموعة الحل = $\{-2\}$

تطبيقات على حل معادلة الدرجة الأولى في مجهول واحد

المسائل اللفظية

لحل مثل هذه النوعية من التمارين ، اتبع الخطوات التالية:

- نرمز للمجهول في المسألة بأحد الرموز وليكن x.
- إذا ذكر في المسألة (عددان متتاليان) فهذا يعني أن العدد الأول هو المجهول x والعدد الثاني هو x+1 أي بزيادة قدرها 1 على العدد السابق.

⇑ أو أن العدد الأول هو x-1 والعدد الثاني هو x أي بزيادة قدرها 1

- انتبه لمجال المعادلة، هل تحل في الأعداد الطبيعية (N) أم تحل في الأعداد الصحيحة (Z).
- نكون معادلة من معطيات المسألة.
- نحل المعادلة لإيجاد قيمة المجهول.

مثال: عددان طبيعيان متتاليان، فإذا كان مجموع العدد الأكبر، وثلاثة أمثال العدد الأصغر يساوي 201. فما هما العددان؟

نفرض أن:

العدد الأول (الأصغر) = x

العدد الثاني (الأكبر) = x+1

ثلاثة أمثال العدد الأصغر = 3x ← بالجمع

مجموع العدد الأكبر وثلاثة أمثال العدد الأصغر = (x+1)+3x

المعادلة هي $(x+1)+3x=201$

$x+1+3x=201$ بجمع الحدود المتشابهة واختصار المعادلة

$4x+1=201$ بإضافة المعكوس الجمعي للعدد موجب 1

$4x+1-1=201-1$ باختصار المعادلة مرة أخرى

$4x=200$ بالضرب في المعكوس الضربي لمعامل x

$x=50$ العدد الأصغر.

$x+1=51$ العدد الأكبر.

المتباينات

المتباينة هي عبارة رياضية تتكون من طرفين تفصل بينهما إحدى العلامات > أو <

مجموعة التعويض للمتباينة: هي المجموعة التي ينتمي إليها المجهول في المتباينة.

مجموعة حل المتباينة: هي المجموعة التي عناصرها تحقق المتباينة وهي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.

حل متباينة الدرجة الأولى في مجهول واحد

قبل التعرض لكيفية حل المتباينات، يجب ذكر خواص التباين:

نفرض ثلاث أعداد صحيحة a,b,c

If $a<b \rightarrow a+c < b+c$

If $a<b,\ c > 0 \rightarrow ac < bc$

If $a<b,\ c < 0 \rightarrow ac > bc$

وعكس الخواص السابقة صحيح بنفس الشروط.

الخواص باللغة العربية:

- ☑ يمكن إضافة (طرح) عدد صحيح إلى طرفي المتباينة دون أن تتغير.
- ☑ يمكن ضرب (قسم) طرفي المتباينة في عدد صحيح موجب دون أن تتغير.
- ☑ إذا ضرب (قسم) طرفي المتباينة في عدد سالب، يجب عكس (تغيير) إشارة التباين.

Mohammed_nh@yahoo.com

مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة $5x-7 < 4x-13$ إذا كانت

x تنتمي للأعداد الطبيعية، x تنتمي للأعداد الصحيحة، مع التمثيل على خط الأعداد.

أولاً x تنتمي لــ ط:

$5x-7 < 4x-13$ وبطرح $5x$ من طرفي المتباينة (يمكنك أيضاً إضافة المعكوس الجمعي لــ $4x$ أو بالعامية طرح $4x$ من طرفي المتباينة، ولا تنسى تغيير الأرقام لأن المعادلة التالية سوف تتغير تبعاً للتغير الذي أحدثته).

$5x-7-5x < 4x-5x-13$ بإضافة المعكوس الجمعي لــ $5x$ إلى طرفي المتباينة

لكن $4x-5x$ غير ممكنة في ط وهذا يعني أن مجموعة الحل = فاي $\varnothing$.

ثانياً x تنتمي لــ ص:

$5x-7 < 4x-13$ بطرح $5x$ من الطرفين.

$5x-7-5x < 4x-13-5x$ بإضافة المعكوس الجمعي.

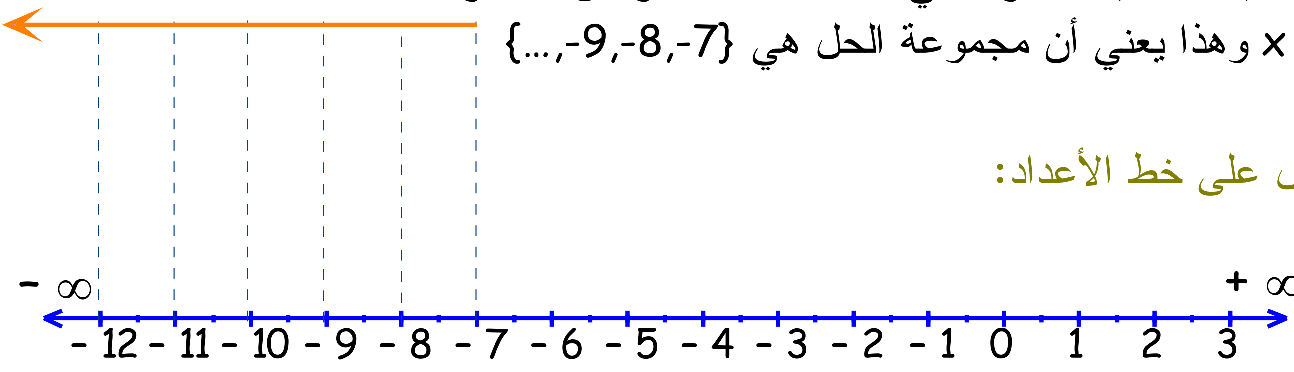
$-7 < -x-13$ وبإضافة 13 للطرفين.

$-7+13 < -x-13+13$ بإضافة المعكوس الجمعي.

$6 < -x$ وبضرب الطرفين في -1 (المعكوس الضربي لمعامل x) وتغيير اتجاه المتباينة نتيجة حتمية للضرب في عدد سالب أصغر من الصفر.

$x < -6$ وهذا يعني أن مجموعة الحل هي $\{-7,-8,-9,\dots\}$

التمثيل على خط الأعداد:



لا تنسوني من صالح دعائكم mohammed_nh@yahoo.com

تفضلوا بزيارة منتدى البيروني للرياضيات http://www.mab.greatboard.com/